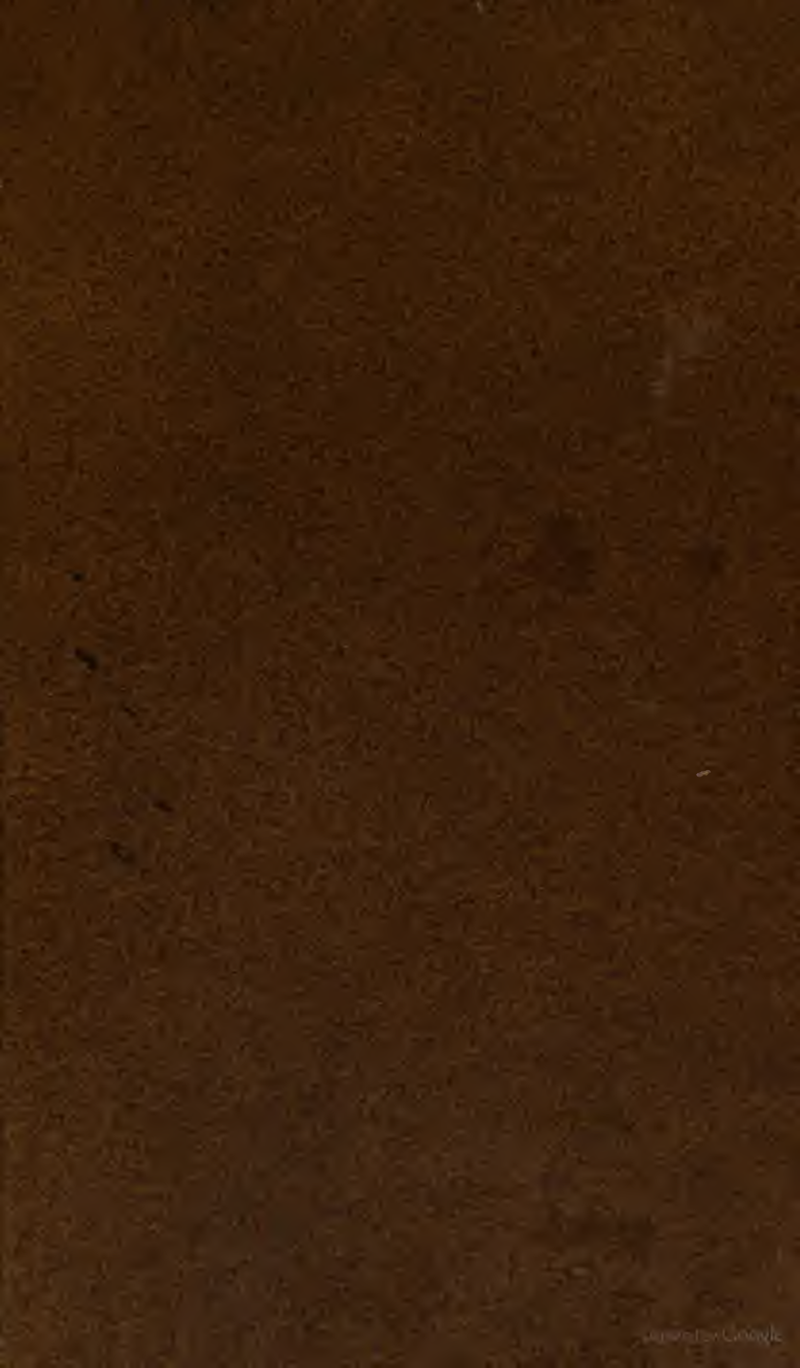
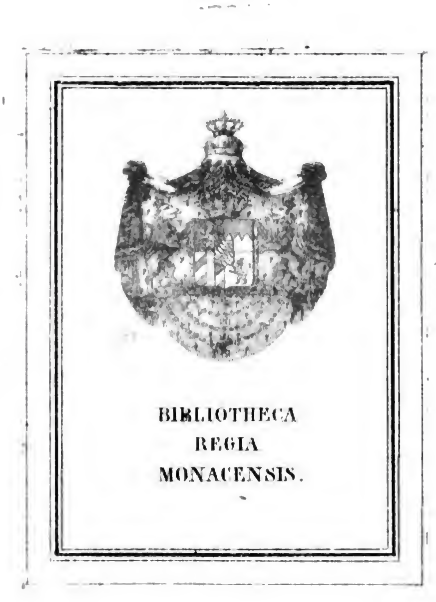


Arithmetik







Die
Arithmetik
in
ihrer Anwendung
auf
Künste und Gewerbe.

Zunächst
für die Candidaten der Meisterprüfungen
und
für Gewerbsleute überhaupt.

Landshut, 1842.
Druck der Joh. Nep. Attenkofer'schen Offizin.



Einleitung.

1) Arithmetik oder Zahlenlehre ist die Wissenschaft von den discreten Größen.

2) Größe ist Alles, das sich vermehren oder vermindern läßt, als: Zahlen, Maße, Gewichte rc.

3) Discret heißt eine Größe, welche nicht in der Art zusammenhängend ist, daß das Aufhören zugleich der Anfang ist, wie dieses bei der Größe der Zeit und des Raumes stattfindet, sondern in abgesonderten Stücken erscheint, z. B. Körner, Steine rc.

4) Einheit heißt jedes einzelne Ding, für sich allein betrachtet.

5) Zahl ist eine Menge von Einheiten.

6) Betrachtet man eine bestimmte Menge von Einheiten als eine Einheit höherer Ordnung, so bildet sich irgend ein Zahlensystem, und zwar das Decimalsystem, wenn stets 10 Einheiten derselben Art eine höhere Einheit geben, z. B. sind 10 Einheiten 1 Zehner; 10 Zehner 1 Hunderter; 10 Hunderter 1 Tausender; 10 Tausender 1 Zehntausender; 10 Zehntausender 1 Hunderttausender; 10 Hunderttausender 1 Million; ebenso bei Billionen, Trillionen.

7) Mittelst dieses Zahlensystemes kann man mit folgenden Zahlzeichen oder Ziffern alle möglichen Zahlen anschreiben: als: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

8) Man kann das Anschreiben und Aussprechen auf folgende Art erleichtern:

die erste Stelle nehmen die Einer ein, die 2. die Zehner; die 3. die Hunderter; die 4. die Tausender; die 5. die Zehntausender; die 6. die Hunderttausender; die 7. die Einer der Millionen; die 8. die Zehner der Millionen; die 9. die Hunderter der Millionen rc. Man bezeichne z. B. ." ..., ...' ..., ...; die

13. Stelle, als die Stelle der Billionen mit 2 Strichen oben, die 10. Stelle, als die Stelle der Tausend Millionen mit 1 Striche unten, die 7. Stelle, als die Stelle der Millionen mit einem Striche oben, die vierte Stelle, als die Stelle der Tausender mit einem Striche unten. Es erscheinen also immer zwischen 2 Strichen 3 Ziffern. Ist eine Stelle durch eine der oben bezeichneten 9 bedeutenden Ziffern nicht angegeben, so wird sie durch das Zeichen 0 ausgefüllt.

9) 7,829'567,804. 10) 15,607'809,700.
11) 809'700,908. 12) 7,850'008,017.
13) 7,897'700,009.
14) 7"809,760'407,600. 15) 307"600,709'405,600.
16) 4'500,807. 17) 62'507,506.
18) 906,789"070,807'000,008. 19) 970,676.
20) 5,607'801,007. 21) 4,500.
22) 7'807,601. 23) 708'400,071. 24) 7'501,701.
25) 947,408"700,108'000,007.

26) 7 tausend 4 hundert sechs. 27) 3 hundert 6 Millionen 2 hundert, 6 tausend und 7. 28) 29 tausend 4 Millionen u. 27.
29) 6 hundert 8 Millionen 7 tausend und 4. 30) 3 Billionen 3 tausend 8 Millionen 4 tausend 27. 31) 24 tausend 8 Millionen 7 tausend und 8. 32) 31 tausend 7 hundert 4 Millionen 29 tausend 6 hundert 8. 33) 7 tausend 14 Millionen 7 hundert 29 tausend 27.

34) die bezeichneten Ziffern heißen die arabischen. 35) die römische Zahlbezeichnung ist folgende:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.
I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.

12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.
XII.	XIII.	XIV.	XV.	XVI.	XVII.	XVIII.	XIX.

20. XX. etc. 30 XXX. 40. XXXX. oder 40. XL. 50. L. 60. LX. 70. LXX.

80 LXXX. 90. LXXXX. oder 90. XC. 100. C. etc. 200. CC. 500. D. etc. 1000. M.

Addition (Zusammenzählung.)

36) Addiren heißt mehrere Zahlen, Posten oder Summanden genannt, in eine Zahl zusammenfassen, die gerade so groß ist, als alle gegebenen zusammen. Die Zahl, welche herauskommt, heißt Summa; das Zeichen der Addition ist +, und wird gelesen: plus oder und.

37) Man beginne die Addition damit, daß man sich insbesondere merke: 5 + 6; 5 + 7; 5 + 8; 5 + 9; 6 + 5; 6 + 7; 6 + 8; 6 + 9; 7 + 4; 7 + 5; 7 + 6; 7 + 8; 7 + 9; 8 + 5; 8 + 6; 8 + 7; 8 + 9; 9 + 4; 9 + 5; 9 + 6; 9 + 7; 9 + 8.

38) Zeigt man nur die Menge der Einheiten durch bloße Zahlen an, so heißen sie unbenannte Zahlen.

39) Man addirt in der Weise, daß man bei den Einern zuerst beginnt. Kommen mehr als 9 Einer heraus, so entsteht eine höhere Einheit, welche man Zehner heißt, und zu den Zehnern hinübergezählt wird; die etwa vorhandenen Einer verbleiben an der Einer-Stelle. Man addirt dann die Zehner, kommen nun wieder mehr als 9 heraus, so erscheinen wieder höhere Einheiten, nämlich Hunderter. Diese werden zu den Hundertern gezählt und die übrig gebliebenen Zehner bleiben an der Zehner-Stelle. Ebenso bei den kommenden Stellen.

40)	41)	42)
789456078	96840789	9475678
45698048	78947988	4894769
6569759	15679	3978498
369895	3789456	3498767
78945984	3174987	4698848
45498795	4589489	

43) Wenn der Einheit einer Zahl ein Name beigelegt ist, so heißt die Zahl eine benannte Zahl. Benannte Zahlen werden ebenso addirt, wie unbenannte.

44) 78945 fl. sollen zu 578945 fl., dazu noch 7589 fl. und 79897 fl. gezählt werden.

45) Wie viel machen 7 Zentner, 458 Zentner, dann 3598 Zentner.

46) Welche Summe geben folgende Schäffel-Summanden: 375 Schäffel + 3798 Schäffel 93 Schfl. + 139 Schfl.

Subtraction (Abziehung).

47) Subtrahiren heißt, den Unterschied zwischen 2 Zahlen finden, oder untersuchen, wie viel die eine größer ist, als die andere. Die Zahl, von der man abzieht, heißt Subtrahend, die man abzieht, Subtractor, und was herauskömmt, heißt Rest oder Unterschied. Das Zeichen der Subtraction ist —,

welches minus gelesen wird. Das Zeichen =, heißt, ist gleich.

48) Die Subtraction erleichtert man sich auf folgende Weise: soll z. B. 6 von 13 abgezogen werden, so denke man sich 6 + 7 ist 13, also 6 von 13 bleiben 7; 17 — 8 = 9, weil 9 + 8 = 17; 17 — 9 = 8, weil 9 + 8 = 17; 15 — 6 = 9, da 6 + 9 = 15.

49) Da bei der Addition 10 Einheiten eine Einheit höherer Art machten, so ist klar, wenn man bei der Subtraction nicht abziehen kann und von der nächsten Stelle zu leihen nehmen muß, daß 1 Einheit 10 Einheiten der niederen Art gibt, zu welchen die etwa schon vorhandenen Einheiten dieser Art gezählt werden müssen, wodurch geschieht, daß man allemal abziehen kann, weil im Subtractor höchstens 9 steht.

50) 45823 — 39857. oder

```
   (14) (17) (11) (13)
 4,  5,  8,  2,  3
 3   9   8   5   7
 -----------------
     5   9   6   6
```

51)

```
    (17)          (11) (12)     (13) (15)
 9,  7   6   4,   2,   2   3,   4,   5
 1   9   4   2    3    7   2    9    6
 -------------------------------------
 7   8   2   1    8    5   0    4    9
```

52)

```
     (11) (14)
 8,  2,   4   7 Schäffel
 3   5    8   4  » »
 ------------------------
 4   6    6   3 Schäffel.
```

53) 78423 Ballen — 4698 Ballen.

54) 43 Maß — 26 Maß.

55) Kommen im Subtrahenden Nullen vor, so nimmt man erst bei der nächst bedeutenden höheren Einheit zu leihen, wodurch geschieht, daß an die Stellen der Nullen Neuner kommen, bis auf die letzte; z. B.

```
         (9) (9) (9) (10)
 9,  4,   0   0   0   0
 3   5    4   9   8   7
 -----------------------
 5   8    5   0   1   3
```

56) 4 5 0 0 3 0 6
2 3 7 8 4 5 7

2 1 2 1 8 4 9

57) 37004005 — 9403708. 58) 678450000 — 79845709.

59) Der Durchmesser der Erde beträgt 1720 Meilen, jener der Sonne 194000. Welches ist der Unterschied beider Durchmesser.

60) Wie lange steht Konstantinopel, wenn sie im Jahre 330 nach Christi Geburt erbaut worden ist?

61) Wie lange steht die Trausnitz, wenn sie im Jahre Christi 1180 erbaut wurde?

Multiplication (Vermehrung.)

62) Multipliciren heißt, eine Zahl so oft nehmen, als eine andere Einheiten hat. Die Zahl, welche multiplicirt werden soll, heißt Multiplicand, jene, mit der man multiplicirt, Multiplicator; beide haben auch den Namen Faktoren. Die Zahl, welche herauskömmt, heißt Produkt. Das Zeichen der Multiplikation ist entweder . oder × und heißt mal.

63) Die Multiplication geschieht durch das Einmaleins:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

64) Man multiplicirt, nachdem man die Einer, Zehner rc. des einen Faktors genau unter die Einer rc. des andern Faktors gesetzt hat, in der Weise, daß man mit den Einern beginnt; erscheinen mehr als 9 Einer, so wird, wie bei der Addition, eine höhere Einheit, der Zehner, und dieser wird zu den Zehnern auch gesetzt; die etwa übrig gebliebenen bleiben

in der Einer-Stelle, und in der Art wird fortgefahren, bis mit den Einern des Multiplicators der ganze Multiplicand durchmultiplicirt ist. Alsdann fängt man die Multiplication mit dem Zehner des Multiplicators an, multiplicirt dann wieder den ganzen Multiplicand in derselben Weise durch, und rückt beim Anschreiben der ersten Zahl um die Einer-Stelle des ersten Partialproductes hinein. Hierauf multiplicirt man in derselben Art mit dem Hunderter des Multiplicators den ganzen Multiplicand und rückt die erste Zahl dieses Partialproductes wieder um eine Stelle hinein &c.; hierauf werden die Partialproducte addirt. Man sieht also, daß man die erste Stelle eines jeden Partialproductes um eine gegen das vorhergehende hineinrückt, wodurch geschieht, daß das Product des Einers mit dem Einer unter die Einer-Stelle kömmt, das erste Product des Multiplicators-Zehners an die Zehner-Stelle des Multiplicand; das erste Product des Multiplicators-Hunderters an die Hunderter-Stelle des Multiplicand, u. s. f.

65) 784567
8
―――――
0376526

66) 456323 Multiplicand } Faktoren
74 Multiplicator }
―――――
1825292 Partialproduct.
3194261 Partialproduct.
―――――
33767902 Product.

67) 7894567
345
―――――

68) 7967845 × 7845.

69) 45678945 × 67894. 70) 459678945 × 678945.
71) 678452345 × 8456789. 72) 769456 × 798.
73) 3947569 × 7369. 74) 3645689 × 789459.
75) 47845 × 436. 76) 48945 × 698.
77) 7456894 × 7894. 78) 694567 × 369.
79) 845695 × 4987. 80) 94894586 × 367849.

81) Eine 0 multiplicirt nichts, denn z. B. 0 mal 3 = 0, oder nichts mal 3 oder 3 mal nichts = nichts, die etwa gebliebene höhere Einheit aber wird an deren Stelle gesetzt.

82) 50670043
6
―――――
304020258

83) 700400005×87576. 84) 330007008×598.
85) 60704050809×78456. 86) 8900700501×8458.

87) Kommen im Multiplicator Nullen vor, so übergeht man damit die Multiplication, weil 0 nicht multiplicirt; das Vorrücken der Einer des nachher erscheinenden Partialproductes geschieht nach 64, d. i. Hunderter unter Hunderter ꝛc.

```
  7562345
      603
---------
 22687035
45374070
---------
4560097035
```

88) 4567080 × 30401   89) 5934567 × 50409   90) 3845×709

91) 68045078×700004. 92) 6000845×108
93) 47809×7094. 94) 6840007×900045.
95) 78007×40908. 96) 78045×10996.

97) Stehen in den Faktoren am Ende Nullen, so fängt die Multiplication erst bei den bedeutenden Ziffern an, und die Nullen werden zum Producte hinzugefügt.

```
   785000
      700
---------
549500000
```

98) 37000×2700. 99) 83000×28
100) 7894×3200. 101) 3800000×90000.
102) 6897000×56700.

103) Ist der Multiplicand kleiner als der Multiplicator, so schreibt man der bequemern Rechnung wegen, den größern Faktor zuerst an, und dann den kleinern darunter, und multiplicirt wie sonst. 137×3799.

104) 78×375 105) 79458×178945
106) 3789×75789. 107) 9179×96894.

108) Ist auch der Multiplicand größer als der Multiplicator, enthält er aber weniger bedeutende Ziffern, so ist

wie oben, der Bequemlichkeit halber, der Multiplicator oben anzusetzen, z. B. 370000 × 3452 =

```
      3452
    370000
 ---------
 241640000
 10356
----------
1277240000
```

109) 30000 × 3780. 110) 75600000 × 6789400.
111) 27800 × 4567. 112) 8400000 × 367890.

113) Soll mit 10, 100, 1000 ꝛc. multiplicirt werden, so hängt man bloß dem andern Faktor diese Nullen an, z. B. 787 × 10 = 7870. 114) 784 × 100.

115) 436 × 1000. 116) 10000 × 37.
117) 100 × 729. 118) 1000 × 486.

119) Ist mit 9, 99, 999 ꝛc. zu multipliciren, so darf man bloß der Zahl eben so viele Nullen anhängen, als Neuner da sind, und die Zahl davon abziehen,

z. B. 99 × 7845 =

```
784500
  7845
------
776655
```

120) 999 × 784784.
121) 4596780036 × 9999. 122) 7946 × 99.

Division. (Theilung.)

123) Dividiren heißt suchen, wie oft eine Zahl in der andern enthalten ist. Die Zahl, in welche dividirt wird, heißt Dividend, jene, mit der man dividirt, Divisor, und die Zahl, welche herauskommt, Quotient. Das Zeichen der Division ist : oder — z. B. 9 : 3 oder $\frac{9}{3} = 3$

124) Man dividirt in folgender Weise: man schreibe den Dividend an, mache rechts und links einen senkrechten Strich, schreibe rechts den Divisor, und links den Quotient, welchen man findet, wenn man mit der höchsten Zahl des Divisors in die erste Zahl des Dividenden theilt, wenn diese größer ist als jene des Divisors, oder auch oft, wenn sie gerade so groß ist, als der Divisor, in die 2 ersten des Dividend. Die Zahl,

wie oft es geht, wird als Quotient links angeschrieben. Der Quotient wird dann mit dem ganzen Divisor multiplicirt, und dieses Product unter den Dividend gesetzt und zwar unter die höchsten Zahlen. Hierauf wird abgezogen, und die nächste Zahl im Dividend kömmt herab. Die Division beginnt nun neuerdings. Das Uebrige wie oben. Zu bemerken ist noch, daß der Rest nebst der herabgesetzten Zahl auch kleiner sein kann als der Divisor, alsdann kommt zum Quotient Null. Um zu wissen, wie weit das Product des Quotient in den Divisor, unter dem Dividend vorgeschrieben wird, merke man, daß dieses Product so viel Ziffern des Dividend einnehme, als der Divisor Stellen hat, ausgenommen der Fall, wenn man mit der höchsten Zahl des Divisors in die zwei ersten Zahlen des Dividenden theilen muß, in diesem Falle rückt das bezeichnete Product um eine Stelle weiter vor, als der Divisor Stellen hat. Bleibt am Ende ein Rest, so wird der Divisor darunter geschrieben und zum Quotient gesetzt.

Z. B.
```
56|4789,1,2,|8552          125) 8|97,8,0,4,|12225 4/8
   448                              8
   ---                              --
    309                             17
    280                             16
    ---                             --
     291                             18
     280                             16
     ---                             --
      112                             20
      112                             16
      ---                             --
       —                               44
                                       40
                                       --
                                        4
```

126) 798456 : 4568 127) 94568 : 784

128) $\frac{63456}{78}$ 129) $\frac{7070084}{1235}$ 130) $\frac{60846}{789}$

131) 784905 : 7894 132) 8940578 : 94557

133) 6080009 : 60459 134) 7945 : 728

135) 689045 : 236 136) 456803 : 4568

137) 94568 : 378 138) 4567894 : 682

139) 68456 . 345 140) 7945068 : 276

141) Soll mit 10, 100, 1000 dividirt werden, so schneide im

Dividend rechts so viel Stellen ab, als der Divisor Nullen hat, links des Striches ist der Quotient, rechts der Rest, dem man den Divisor unterschreibt und zum Quotient hinsetzt, z. B. $784 : 10 = 78,\ 4 = 78\frac{4}{10}$

142) $7856 : 100 = 78{,}56 = 78\frac{56}{100}$

143) $968569 : 1000 = 968{,}569 = 968\frac{569}{1000}$

144) $789450 : 10000 = 78{,}9450 = 68\frac{9450}{10000}$

145) Hat der Divisor Nullen rechts, so werden im Dividend ebenso viele Stellen rechts abgestrichen, und die Division geht nun mit den übrig gebliebenen bedeutenden oder werthvollen Ziffern vor sich. Zum etwa gebliebenen Reste kommen die abgeschnittenen Ziffern, unter welche der Divisor geschrieben und die zum Quotient gesetzt werden, z. B. 78954: 8000:

```
8 000|78|954| 9 6954/8000
     |72     |
     ------
       6954
```

146)

```
400|78|45| 19 245/400
   |4
   |--
   |38
    36
   ----
    245
```

147) 689456 : 72000. 148) 79840607 : 684000.

149) 684210 : 300.

150) Die Probe der Addition geschieht durch die Subtraktion, indem man einen Posten bei der 2. Summirung ausläßt, und die erhaltene neue Summe von der zuerst erhaltenen abzieht. Sohin muß der abgestrichene Summand herauskommen, da er bei der zweiten Summirung nicht mehr mitgezählt wurde und folglich die neue Summe um diesen Betrag kleiner ist z. B.

```
  78942
  12463
  50235
  19324
 ------
 16,0964
  8 2022
 ------
  7 8942
```

151)

```
 785403
 105906
8403967
 694989
-------
```

152) 678 + 378 + 5789 + 368 + 784589

153) Häufiger wird die Probe auf diese Weise gemacht, daß man zuerst, wie gewöhnlich von unten hinaufzählt, und dann von oben herunter, denn es ist dann wohl nicht leicht möglich, daß man bei andern Verbindungen der Zahlen unrichtig zusammengezählt hat, wenn wieder dasselbe herauskommt z. B.

7 9 4 5 6
4 1 3 0 4
3 2 5 6 0
1 3 4 8 7

154) 6 8 4 5 7 8
9 0 3 9 4
9 8 7 5 4
4 4 3 6 9
5 8 4 5 0

155) die Probe der Subtraction geschieht durch die Addition, indem man zum Subtractor den Rest addirt. Klar ist es, daß der Subtrahend zum Vorschein kömmt, weil der Subtractor um den Rest kleiner ist, als der Subtrahend; wenn man also den Rest zum Subtractor addirt, muß nothwendiger Weise der Subtrahend herauskommen. Z. B.

7 8 4 5 6
2 9 5' 4 9
4 8 9 0 7
7 8 4 5 6

156) 74203 — 2698.

157) 98042368 — 45879.

158) 782031 — 67845. 159) 68405 — 678.

160) Die Probe der Multiplication geschieht durch die Division, indem man das Produkt als Dividend und den Multiplicator als Divisor betrachtet; der Dividend wird wieder zum Vorschein kommen; denn das Produkt wird in der Weise gebildet, daß der Multiplicand so oft genommen wird, als der Multiplicator angibt, es ist also klar, daß der Multiplikator auch in dem Produkte so oft enthalten ist, als der Multiplikand andeutet. Daraus folgt, daß man die beiden Rech-

nungs-Weisen unterlassen darf, wenn man mit einer Zahl zuerst multipliciren, und darauf mit derselben dividiren soll. Z. B.

74237
23
222711
148474
23|1707451|74237
161
97
92
54
46
85
69
161
161
—

und $\frac{84 \times 2}{2} = 84$; denn $84 \times 2 = 168 : 2 = 84$.

161) 94568×569. 162) 7845680×7840.

163) $\frac{8400300 \times 84000}{84000}$. 164) $\frac{236800 \times 36800}{36800}$.

165) Die Probe der Division geschieht durch die Multiplikation, indem, wenn man den Quotient mit dem Divisor multiplicirt, der Dividend zum Vorschein kommt. Folglich kann auch in dem Falle die Rechnung unterbleiben, wenn man mit einer Zahl dividiren und darauf mit derselben multipliciren soll. Der etwa vorhandene Rest muß eingezählt werden, z. B.

43|78436|1824 — 43
43 — 5476
354 — 7296
344 — 78436
103
86
176
172
4

und $\frac{84}{2}\, 2 \times = 84$; denn $\frac{84}{2} = 42 \times 2 = 84$.

166) 96879423 : 56845. 167) $\frac{983456.}{793}$

168) $\frac{45689.}{456}$ 168) 968456 : 740030.

169) 784563 : 100000. 170) 678 : 36.

171) $\frac{784578}{378} \times 378.$ 172) $\frac{8545789}{3789} \times 3789.$

173) $\frac{30780007}{789456} \times 789456.$ 174) $\frac{7238}{7} \times 7.$

Maß und Gewicht, Münzen.

175) Längenmaß im Dezimal- und Duodezimalmaße:

a) nach dem Dezimalmaße:

1′ = 10″ = 100‴
1 = 10
1′= 1′‴

b) nach dem Duodezimalmaße:

1 = 12″ = 144‴
1 = 12
1‴ = 12⁗

176) Das Zeichen für Fuß = ′ jenes für Zoll = ″ jenes für Linien = ‴ und das für Punkte oder Scrupel = ⁗.

177) Flächenmaß:

a) nach dem Dezimalmaße:

1□′ = 100□″ = 10000‴
1 = 100
1 = 100□⁗

b) nach dem Duodezimalmaße:

1□′ = 144□″ = 20736□‴
1 = 144
1 = 144□⁗

178) Das Zeichen des Quadrates = □, also 1 Quadratfuß = □′.

179) Körpermaß:

a) nach dem Dezimalmaße:

$1^{c'} = 1000^{c''} = 1000000^{c'''}$

$1 = 1000$

$1 = 1000^{c''''}$

b) nach dem Duodezimalmaße:

$1^{c'} = 1728^{c''} = 2985984^{c'''}$

$1 = 1728$

$1 = 1728^{c''''}$

180) Das Zeichen des Kubus = c, also ein Kubikfuß = c'.

181) Papiermaß:

Ballen.	Rieß.	Buch.	Bogen Schreibpapier.	Bogen Druckpapier.
1 =	10 =	200 =	4800 » »	5000 » »
	1 =	20 =	480 » »	500 » »
		1 =	24 » »	25 » »

1 Bogen = 4 Quartblätter. 1 Quartblatt = 2 Octavblätter.

182) Flüssigkeitsmaß:

Fuder.	Ohm.	Eimer.	Maß.
1 =	6 =	12 =	720
	1 =	2 =	120
		1 =	60 Schenkmaß.
		1 =	64 Visiermaß.
			1 = 4 Quart od. Schoppen.

183) Getreid- und Mehlmaß:

Schäffel.	Metzen.	Viertl. od. Metzl.	Halbe Viertl.	Viertling.	Mäßl.	Dreißiger.	halb Drs.
1 =	6 =	12 =	24 =	48 =	96 =	192	
	1 =	2 =	4 =	8 =	16 =	32	
		1 =	2 =	4 =	8 =	16	
			1 =	2 =	4 =	8	
				1 =	2 =	4	
					1 =	2	
						1 =	2

184) Es bestehen in Bayern die wirklichen Mäßereien im Mehlmaße, wie folgt: a) 1 Metzen, b) $\frac{1}{2}$ Metzen, (Viertl oder Metzl), c) $\frac{1}{4}$ Metzen, d) $\frac{1}{8}$ Metzen (Viertling), e) $\frac{1}{16}$ Metzen (Mäßl), f) $\frac{1}{32}$ Metzen (Dreißiger), g) $\frac{1}{64}$ Metzen ($\frac{1}{2}$ Dreißiger) und h) $\frac{1}{128}$ Metzen ($\frac{1}{4}$ Dreißiger).

185) Zeitmaß.

Jahr.	Monate.	Wochen.	Tage.			
1 =	12 =	52 =	365 (366)			
	1 =	4 =	30 (31) (28) (29)			
		1 =	7			
			1 =	24 Stunden.		
				1 =	60 Minuten.	
					1 =	60 Sekunden.

186) Man merke sich Ap Jun Se No, was April, Juni, September und November bedeutet, diese Monate haben 30 Tage, die übrigen 31; Februar hat 28 und im Schaltjahre 29.

187) Ein Schaltjahr ist es, wenn die Jahreszahl mit 4 ohne Rest getheilt werden kann, z. B. 1844; denn 4|1844|461

```
16
 24
 24
  4
  4
```

187) Handels= oder Civilgewicht.

Zentner.	Pfund.	Vierling.	Loth.	Quintl.		
1 =	100 =	400 =	3200 =	12800		
	1 =	4 =	32 =	128		
		1 =	8 =	32		
			1 =	4		
				1 =	4 Pfenniggew.	
					1 =	15 Gran.

188) Apothekergewicht.

Pfund.	Unzen.	Loth.	Drachmen.	Scrupel.	Gran.	
1 =	12 =	24 =	96 =	288 =	5760	
	1 =	2 =	8 =	24 =	480	
		1 =	4 =	12 =	240	
			1 =	3 =	60	
				1 =	20	
					1 =	17 Aß.

189) Geldrechnung.

Gulden.		Kreuzer.		Zweier.		Pfennige.		Heller.
1	=	60	=	120	=	240	=	480
		1	=	2	=	4	=	8
				1	=	2	=	4
						1	=	2

190) Guld. Grosch. Landm. Batz. Fünfer. Sechs. Schilling.
1 = 20 = 24 = 15 = 12 = 10 = 8 =
Zehner. Zwölfer. Fünfzehner. Zwanziger. Halbe Gulden.
6 = 5 = 4 = 3 = 2

191) Eintheilung der Kreislinie (Peripherie.)

	Grade.		Minuten.		Sekunden.
Jede Kreislinie hat	360	=	21600	=	1296000
	1	=	60	=	3600
			1	=	60

192) Die Klafter hat 6'. 193) Die Ruthe hat im Dezimalmaße 10, im Duodezimalmaße 12'. 194) Die Elle hat 2', 10$\frac{1}{4}$". 195) Die geographische Meile ist das größte Längenmaß und hält 25406, wornach die Chaussee-Meilen-Säulen gesetzt wurden. 196) Der Fuß dient nur um die Länge zu messen; um die Fläche zu messen, muß man den Quadrat-Schuh nehmen, welcher einen Raum einnimmt, der von 4 gleich langen Seiten eingeschlossen wird, wovon jede 1' lang ist, nach der Form: □; um aber die Körper zu messen, muß man den Cubikschuh haben, der von 6 Quadratfuß eingeschlossen wird, so daß also ein C' 1' breit, 1' lang und 1' hoch ist, ungefähr nach der Form von hölzernen Pflaster-Stöckeln.

197) Um große Flächen zu messen, dient das Tagwerk, welches 40000 □' hält. 198) Das größte Flächenmaß ist die Quadratmeile und hat 645464836 □'. 199) Die Klafter Holz ist ein Körper, der 6' lang, 6' breit und 3$\frac{1}{2}$' tief ist und 126° ' hält. 200) 9 Pf. Civilgewicht = 14 Pf. Apothekergewicht. 201) 6 bayer. Gulden = 5 österreich. Gulden.

202) Der rheinländische Fuß, der insbesonders den Wagnern zum Maße dient, ist nahe um einen Zoll größer, als der bayerische, so daß 129 Rh. ' = 139 Bayer.' 203) 1 Kthlr. = 2 fl. 42 kr.; 1 bayer. oder Conventions-Thaler (Kvthlr.) = 2 fl. 24 kr.; 1 Rthlr. = 1 fl. 30 kr.; 1 Dukaten = 5 fl. 24 kr.; 1 Karolin = 11 fl.; 1 Mard'or 7 fl. 20 kr.; 1 Louisd'or 11 fl.; 1 Laubthaler = 2 fl. 45 kr.; 1 sächsischer Thaler = 1 fl. 48 kr.;

1 Preußenthaler = 1 fl. 45 kr.; 1 Pf. Sterling = 11 fl. 17 kr.; 1 Franc = 27½ kr.; 1 Rubel = 1 fl. 50 kr. 6½ hl.; 1 Piaster = 54 kr. 3½ dl.; 1 Beutel = 500 Piaster; 1 Beutel Gold = 30000 Piaster. 202) 1 Schock = 60 Stück; 1 Schilling = 30 Stücke; 1 Mandel = 15 Stück; 1 Dutzend = 12 Stück; 1 Tonne Goldes = 100000 fl.; 1 Tonne (Schiffsgewicht) = 20 Zentner; 1 Last (Schiffsgewicht) = 2 Tonnen; 1 Faust (Maß zur Bestimmung der Höhe der Pferde) = 4″; 1 Muth Kalk = 4 Schäffel.

Addition benannter Zahlen.

203) Die gleichbenannten Zahlen werden unter einander geschrieben. Dann fängt man bei den niedrigsten Einheiten zusammenzuzählen an. Ist die Summe größer als eine nächst höhere Einheit niedrigere hat, so werden diese höhern Einheiten zu der nächstfolgenden Stelle gezählt und die etwa gebliebenen Einheiten der niedrigsten Art an der Stelle dieser angeschrieben. Man findet die Einheiten der nächst höhern Art, wenn man mit der Zahl, welche angibt, wie viele niedrigere Einheiten man zu einer höhern Einheit braucht, in die ebengebildete Summe dividirt; der Quotient zeigt die Einheiten der höhern Ordnung, der Rest die Einheiten der niederen Ordnung, z. B.

5 fl.	6 kr.	3 dl.
7 »	48 »	1 »
19 »	17 »	2 »
100 »	57 »	— »
133 »	9 »	2 »

3   60 | 129 | 2 fl.   4 | 6 | 1 kr.
       | 120 | | 4 |
       | 9 kr. | 2 dl.

204)

5 Ct.	7 Pf.	9 L.	1 Q.
27 »	48 »	27 »	3 »
2 »	98 »	31 »	2 »
5 »	78 »	30 »	3 »

205)

16 ′	4 ″	7 ‴	4dd ⁗
51 »	7 »	9 »	7 »
60 »	9 »	8 »	8 »
95 »	11 »	10 »	7 »

206)

17 ′	8 ″	5d ‴
9 »	9 »	8 »
5 »	7 »	4 »

207)

9°	7 ′	4 ″	8dd ‴
17 »	9 »	5 »	9 »
18 »	11 »	10 »	5 »

208)

17□′	9□″	98d □‴
5 »	28 »	47 »
123 »	47 »	33 »
1028 »	87 »	94 »

209)

13c ′	17 ″	4ddc ‴
94 »	87 »	13 »
371 »	144 »	1134 »

210) Jemand hat folgende Grundstücke: 1 Waldung von 37843□′ 137□″ 128□‴; 3 Aecker, wovon jeder 27540□′ 37□″ 40□‴ hat; 2 Wiesen, à 25086□′ 97□‴; 1 Gärtchen zu 1758□′ 95□″ und einen Hofraum von 987□′ 136□″ 7□‴. Wie viel Flächen-Inhalt haben sämmtliche Grundstücke?

211) Jemand verkauft eine Waare um 157 fl. 58 kr., mit einem Verluste von 26 fl. 35. kr. Wie theuer hatte er die Waare eingekauft?

212) Die eine Seite eines dreiseitigen Gärtchens mißt 9′ 5″ 11‴, die andere 13′ 6″ 7‴ und die dritte 27′ 10″ 9‴; wie groß ist der Umfang?

213) Eine Uhr zeigt 7′ 36″ über 3 Viertel auf 7 Uhr, wenn nun eine andere um 1 Viertelstunde 7′ und 48″ vorgeht, auf wie viel Uhr zeigt die letztere?

214) Wenn eine Uhr um 3 Viertelstunden 9′ 14″ vorgeht, und die andere 1 halb 8 Uhr und 10′ 13″ zeigt, wie viel wird erstere zeigen?

215) Eine Mondesfinsterniß begann 37′ 15″ nach 1 Viertel über 7 Uhr und dauerte 2 Stunden 9′ 40″, wann endete sie?

216) Jemand sagt, wenn er um 3 fl. 7 kr. 2 dl. weniger in den Taschen hätte, so würde er 9 fl. 49 kr. 3 dl. haben, wie viel Geld hatte er in der Tasche?

217) Der König Max war am 28. Mai 1756 geboren, und erreichte ein Alter von 69 Jahren, 4 Monaten nnd 15 Tagen, wann starb er?

Man betrachte, daß bei seiner Geburt vollständig 1755 Jahre verflossen waren, dann 4 Monate und 27 Tage; man schreibt also: 1755 J. 4 M. 27 T. und addirt

1755 J.	4 M.	27 T.	
69	4	15	30|42|1
1824	9	12	30
			12

Wenn man die Tage zu Monate macht, nimmt man gewöhnlich 30 als Divisor, ohne darauf zu sehen, ob der entlehnte Monat 30 oder 31 Tage hat. Gibt man die obige Summe im Datum an, so starb er am 13. Oktober 1825.

218) Die Schlacht bei Hohenlinden wurde den 3. Dez.

1800 geliefert, jene bei Eggmühl 8 Jahre 4 Monate 19 Tage später, in welchem Jahre war dieses?

219) Die Schlacht bei Hanau war den 30. Oktober 1813, die bei Brienne 3 Monate 1 Tag später, wann war dieß?

220) Der rheinische Bund wurde am 12. Juli 1806, der deutsche Staatenbund um 8 Jahre 10 Monate 26 Tage später unterzeichnet, wann war dieß?

221) Jemand ist am 30. August 1806 geboren, wann wird er 36 Jahre 1 Monat 17 Tage alt seyn?

Subtraction.

222) Bei der Subtraction finden ähnliche Bemerkungen statt, wie bei der Subtraction unbenannter und der Addition benannter Zahlen. Z. B. Jemand kaufte eine Waare um 1 Rthlr., und bekam 45 kr. 3 dl. heraus, was war der Preis dieser Waare?

	(101)	(4)
2. fl.	42. kr.	— dl.
	45	3
1 fl.	56 kr.	1 dl.

223) Ein Brauer bekömmt eine Pfanne, welche 15 Ctr. 57 Pf. 28 Lth. wiegt, er gibt eine alte dagegen, welche 19 Ctr. 87 Pf. 30 Lth. wiegt, um wie viel ist letztere gewichtiger?

224) Für eine Waare gibt man eine Mard'or und bekömmt einen Rthlr. heraus, was kostete die Waare in Gulden ausgedrückt?

225) Von 29 Eimern, 45 Maß werden 17 Eimer 54 Maß 2 Qt. verkauft, wie viel bleibt übrig?

226) Ein Buchdrucker verbrauchte von 9 Ballen 6 Rß. 14 Bch. 8 Bg., 7 Ballen 9 Rß. 18 Bch. 20 Bg., wie viel bleibt ihm noch übrig?

227) Jemand kauft ein Haus um 3718 fl. 30 kr., und verkaufte es wieder um 3960 fl. 48 kr., wie viel gewann er dabei?

228) Von 2 Personen mißt die eine 6′ 7″ 8‴, die andere 5′ 4″ 9‴; um wie viel größer ist erstere?

229) Ein Tisch hat 4□′ 127□″ 140□‴, ein anderer 7□′ 141□‴, um wie viel ist der eine größer?

230) Eine Kugel hält $3^{c'}$ $47^{c''}$ und $1028^{c'''}$, eine andere $2^{c'}$ $99^{c''}$ und $1506^{c'''}$, um wie viel ist erstere größer?

231) Eine Sonnenfinsterniß beginnt 15′ 16″ nach 3 Viertel auf 3 Uhr, und endet 17′ 26″ nach 1 halb 5 Uhr, wie lang dauert sie?

232) Von zwei Uhren zeigt die eine auf 7′ 26″ nach 1 Viertel über 3 Uhr, die andere auf 19′ 37″ nach 3 Viertel auf 5 Uhr, um wie viel geht letztere vor?

233) Napoleon wurde am 18. Oktober 1815 als Gefangener nach Sct. Helena abgeführt, wo er am 5. Mai 1821 starb, wie lange war er dort?

234) Jemand nahm am 4. April 1841 3728 fl. auf, und zahlt sie am 7. August 1847 wieder zurück, wie lange behält er sie?

235) Du bist am .... geboren, wie alt bist du am heutigen Tage?

236) Ich hätte 12 fl. 48 kr 3 dl. im Sacke, wenn ich noch 4 fl. 32 kr. 2 dl. hätte, wie viel habe ich wirklich?

Multiplication.

237) Man beachte die Regeln der Multiplication der unbenannten und jene der Addition benannter Zahlen. Z. B.: Es sind 36 Arme vorhanden, von denen jeder 3 fl. 36 kr. bekommen soll, wie groß ist die zu vertheilende Summe?

```
     3 fl.  36 kr.   2 dl.
                    36
    ---------------------
   129 fl.  54 kr.   —
            36     4|72|18 kr.
            36       4
           ---      ---
           234       32
          108        32
        60|1314|21 fl.  —
          120
          ---
           114
            60
           ---
            54 kr.
```

238) Wie viel erwirbt sich ein Mann in einem Jahre, wenn er sich täglich 1 fl. 24 kr. verdient?

239) Das Pfund einer Waare kostet 3 fl. 48 kr.; wie hoch kommen 54 Pf.?

240) Wie viele Gulden und Kreuzer betragen 327 Kothlr.?

241) Die Seite eines regelmäßigen Fünfeckes beträgt 7' 8" $9^{d'''}$; wie groß ist sein Umfang?

242) Der Fuß einer Dachrinne kostet 1 fl. 24 kr., wenn nun deren 6 sind, und jede 42' lang ist, wie hoch kommen sie?

243) Eine Linie beträgt 17' 8" $9^{dd'''}$, eine andere ist 4 mal länger; wie lange ist sie?

244) Wenn die Dampfmaschine 25' Geschwindigkeit hat, wie lange braucht der Dampfwagen von München nach Augsburg, welches eine Entfernung von 18 Stunden ist. Sagt man, die Dampfmaschine habe 25' Geschwindigkeit, so versteht man darunter, die Maschine lege in einer Secunde 25' zurück. Es frägt sich wie viel in 18 Stunden, d. i. in 18. 60. 60 Secunden.

245) Der englische Renner Sterling hatte 83' Geschwindigkeit, welchen Weg legt er in einer Viertelstunde zurück?

246) Resolviren heißt, die Größen der höhern Benennungen in Größen der niedern Art verwandeln, welches dadurch geschieht, daß man immer mit der Reductionszahl multiplicirt und die etwa vorhandenen Einheiten dazuzählt; Reductions-Zahl nennt man jene Zahl, welche angibt, wie viel Einheiten der niedern Art eine Einheit der nächst höhern Art hat, z. B. 5 kr. 3 dl., wie viel dl.; $5 . 4 = 30 + 3 = 23$ dl.

247) Wie viele Quintel geben 9 Ctr. 8 Pf. und 6 Lth.?

248) Ein Papiermüller hat 30 Ballen Schreibpapier und 25 Rieß Druckpapier, wie viel Bogen hat er in Allem?

249) Ein Buch in Octav ist 23 Bogen stark? wie viel hat es Seiten?

250) 57' $3^{dd''}$, wie viel sind es Linien?

251) 33' $7^{dd''}$, wie viel Linien?

252) 4□' 87□" und 118□''', wie viel sind es □'''?

253) 7□" 75^{dd}□''', wie viel □'''?

254) $49^{c'}$ $381^{ddc''}$, wie viel c'''?

255) Besonders leicht ist das Resolviren beim Längen-, Flächen- und Körper-Maß im Dezimalmaße; man darf

die Abtheilungen nur in eine Zahl zusammenschreiben. Ist eine Abtheilung zwischen 2 andern nicht vorhanden, so setzt man an deren Stelle im Längenmaße 0, im Flächenmaße 00, im Körpermaße 000; z. B. $3' \; 5'' \; 6''' = 356'''$; $3\square'$ und $19\square''' = 30019\square'''$; $7^{c\prime} \; 385^{c\prime\prime} = 7385000^{c\prime\prime\prime}$.

256) $39' \; 8'''$, wie viel Linien? 257) $40\square' \; 25\square'' \; 13\square'''$, wie viel $\square'''$? 258) $83^{c\prime}$ und $345^{c\prime\prime\prime}$, wie viel c'''? 259) $27^{c\prime\prime}$, wie viel c'''? 260) $29\square''$, wie viel $\square'''$? 261) $357\square^{0} \; 27\square' \; 38\square'''$, wie viel $\square'''$? 262) $9^{0} \; 7''$, wie viel Linien? 263) $29^{0} \; 7' \; 4'''$, wie viel Linien? 264) $43\square^{0} \; 49\square'''$, wie viel $\square'''$? 265) $27^{c0} \; 375^{c\prime\prime\prime}$, wie viel c'''?

266) **Auch in dem Falle** muß beim Flächenmaße mit 0 ergänzt werden, wenn bei einer Abtheilung bloß Einer stehen, z. B. $7\square^{0} \; 8\square' \; 7\square'' \; 4\square''' = 7080704\square'''$; und beim Körpermaße mit 0, wenn bei einer Abtheilung bloß Zehner vorkommen, z. B. $7^{c\prime} \; 18^{c\prime\prime} \; 45^{c\prime\prime\prime} = 7018045^{c\prime\prime\prime}$; und mit 00, wenn in einer Abtheilung nur Einer vorhanden sind, z. B. $34^{c\prime} \; 7^{c\prime\prime} \; 9^{c\prime\prime\prime} = 34007009^{c\prime\prime\prime}$. Dieses Verfahren ist einleuchtend, wenn man bedenkt, daß in dem einen Falle mit 100 und im andern mit 1000 multiplicirt werden muß.

267) $3\square^{0} \; 7\square'''$, wie viel $\square'''$? 268) $3^{c0} \; 7^{c\prime} \; 15^{c\prime\prime}$, wie viel c'''? 269) $93\square^{0} \; 7\square' \; 9\square'' \; 7\square'''$, wie viel $\square'''$?

270) **Viel bequemer** wird häufig die Rechnung, wenn man vor der Multiplication den einen Faktor in die vorhandene kleinste Benennung auflöst; nach der Multiplication wird die höchste Einheit durch Division wieder hergestellt, z. B. Die Statue Peters des Großen kostete 424610 Rubel, wie viel beträgt dieses in Conventionsmünze? 1 fl. 50 kr. 7 hl. = 887 hl. × 424610 = 376629070 hl., macht man daraus Kreuzer und aus den Kreuzern Gulden, so erhält man 784643 fl. 53 kr. 3 dl.

271) Es arbeiteten an einem Baue 12 Maurer 3 Monate 3 Wochen und 4 Tage; 4 Zimmerleute 1 Monat 2 Wochen und 5 Tage; 4 Handlanger 3 Monate, 3 Wochen und 5 Tage. Der Maurer hatte täglich 42 kr; der Zimmermann 40 kr. und der Handlanger 36 kr.; wie viel kostete der Bau?

272) **Der Flächeninhalt** von den 4 Parallelogrammen wird bestimmt, wenn man die Grundlinie (g) mit der

Breite (b) oder Höhe (h) multiplicirt; Fig. 1 Quadrat, also $g.b$, oder da $g=b$ so hat man $g.g=g^2$, d. i. g Quadrat, mithin ist das Quadrat ein Product aus 2 gleichen Faktoren; Fig. 2, Rechteck, also $g.b$; Fig. 3, Rhombus oder verschobenes Quadrat, die Höhe ist eine senkrechte Linie zwischen den beiden Parallellinien, also $g.h$; Fig. 4, Rhomboid oder verschobenes Rechteck, die Höhe ist wieder die Senkrechte zwischen den Parallelen, also $g.h$.

273) Welches ist der Flächeninhalt eines Zimmerbodens, der die Form eines Quadrates hat, wenn eine Seite 18′ beträgt? — $g.b$ — $= g^2$.

274) Welches ist die Fläche eines Zimmerbodens, der die Gestalt eines Rechteckes hat, wenn die Länge 19′ und die Breite 15′ beträgt? — $g. b.$ —

275) Ein Garten hat die Form eines Rhombus; wie viel Flächeninhalt hat er, wenn eine Seite 24′ und die Senkrechte zwischen zwei Parallelen 18′ mißt? — $g. h.$ —

276) Ein Garten hat die Gestalt einer Rhomboid; wie viel Flächeninhalt hat er, wenn die Länge 18′ und die Senkrechte zwischen beiden Parallelen 15′ beträgt? — $g. h.$ —

277) Welchen Inhalt hat die Decke deines Zimmers? was kostet das Ausmalen dieser Decke, wenn der □′ auf 6 kr. zu stehen kömmt?

278) Was kostet das Anstreichen eines Thores, welches 9′ lang und 12′ hoch ist, wenn man für den □′ 6 dl. bezahlen muß?

279) Der □′ eines 4 eckigen Bauplatzes kostet 18 kr., wie hoch kommt der Platz, wenn er 25′ breit und 36′ lang ist?

280) Ein Acker hat die Gestalt einer Rhomboid, seine Länge macht 70′ und die Senkrechte zwischen 2 Rainen mißt 45′; wie viel kostet er, wenn der □′ auf 6 dl. zu stehen kömmt?

281) Der □′ einer quadratförmigen Wiese kostet 1 kr. 3 hl., was ist sie werth, wenn eine Seite 84′ mißt?

282) Der körperliche Inhalt eines Parallelepipedon, welches ein Körper ist, der 2 parallele und gleiche Parallelogramme zu Grundflächen hat, die von 4 Parallelogrammen, Seitenflächen genannt, verbunden werden, wie ein 4eckig zugehauener Balken zeigt (Fig. 5.), wird berechnet, wenn man die Grundfläche (gfl.) mit der Höhe, d. i. der

Senkrechten zwischen den parallelen Grundflächen, multiplicirt, z. B. die g der gfl. mißt 3′, die b derselben 2′, und die Höhe des Balkens 45′, welches ist der Kubikinhalt? Wie theuer kömmt er, wenn der c′ 3 kr. kostet; wie schwer ist er, wenn der c, 21 Pf. wiegt? — gfl. h —; gfl. h. 3 — gfl. h. 21. —

283) Welchen Kubikinhalt hat dein Zimmer? — gfl. h. —

284) Welchen Inhalt hat eine Mauer, die 27′ lang, 2′ breit und 14′ hoch ist? wie hoch kömmt sie, wenn der c′ 18 kr. kostet? — gfl. h. 18. —

285) Ein parallelopedisch zugehauener Marmorblock ist 9′ hoch, 3′ breit, 2′ dick, welchen Inhalt hat er? wie schwer ist er, wenn der c′ 119 Pf. wiegt? wie theuer ist er, wenn der c′ 48 kr. kostet?

Division.

286) Man theile zuerst die höchsten Einheiten; der etwa übrig gebliebene Rest wird durch die Reductionszahl in die nächst niedere Einheit resolvirt, und die schon vorhandenen Einheiten dieser Art werden addirt, worauf dieses Ganze abermals mit demselben Divisor getheilt wird, u. s. w., der Rest wird zum letzten Quotienten als Zähler mit dem unterschriebenen Divisor hinzugesetzt, z. B.: Eine Erbschaft von 6718 fl. 36 kr. 3 dl. soll unter 5 Personen vertheilt werden, wie viel trifft die Person?

```
        fl.     kr.   dl.
      5|6718    36    3|1343 fl. 43 kr. 1 2/5 dl.
        5
        —
        17       3           1
        15      60           4
       ——      ——           —
         21   5|216|       5|7|
         20     20           5
        ——      ——           —
          18     16          2 dl.
          15     15
         ——     ——
          3 fl.   1 kr.
```

287) Wenn in einer Baumschule 50000 Bäume in Reihen geordnet stehen, und der Länge nach 500 sind, wie viel stehen der Breite nach?

288) Man kaufte um 235 fl. 36 kr. 54 Ellen Tuch, wie hoch kommt eine Elle zu stehen?

289) Wie groß ist der Halbmesser, wenn der Durchmesser 14′ 5″ 9‴ hat?

290) Wie viel ist der 7te Theil von 34 fl. 57 k. 3 dl.?

291) Wenn das Pfund Lichter 19 kr. kostet, wie viele bekömmt man für 49 kr.

292) Die Elle Band kostet 6 kr., wie viel erhält man um 56 kr.

293) Eine Kiste Unschlittlichter kostet 26 fl. 36 kr., sie enthält 67 Pf., wie theuer ist das Pfund?

294) Ein Oekonom erhält von 50 Schafen 1 Ctr. 49 Pf. 8 Lth. 3 Qu. Wolle, wie viel gab im Durchschnitte jedes Schaf Wolle?

295) Ein Meister zahlt seinen 6 Gesellen in 4 Wochen 54 fl. Arbeitslohn, wie viel hat jeder Geselle wöchentlich, wie viel täglich?

296) Jemand hat jährlich 500 fl. Besoldung, wie viel täglich?

297) 5 Schäffel Korn kosten 46 fl. 36 kr., was ein Schäffel?

298) Reduciren heißt, die Größen der niedern Benennungen in Größen der höhern Art verwandeln, welches dadurch geschieht, daß man mit der Reductionszahl oder mit dem Producte der Reductionszahlen die zu verwandelnden niedern Einheiten dividirt, z. B. 700 kr. $= \frac{700}{60} =$ 11 fl. 40 kr.;

34560 Qu. $= \frac{34560}{4 \cdot 32} =$ 27 Pf.

299) 78457845″, wie viel sind es Tage?

300) $3785^{dd'''}$, wie viel sind es Fuß?

301) $562945^{dd\square'''}$, wie viel $\square'$?

302) $978456739^{ddc'''}$, wie viel c''?

303) Besonders leicht ist das Reduciren beim Längen- Flächen- und Körpermaße im Dezimalmaße; man darf im ersten Falle nur immer, von der Rechten angefangen, über jeder nächst kommenden Stelle das betreffende Zeichen setzen, z. B. $7857''' = 7^0 8' 5'' 7'''$; im zweiten Falle nach je 2 Stellen, z. B. $789456\square''' = 78\square' 94\square'' 56\square'''$; im dritten Falle nach je 3 Stellen, z. B. $756788945^{c'''} = 756^{c'} 788^{c''} 945^{c'''}$.

304) Wie viel Fuß geben 7845698''''

305) 78945678$\square''''$, wie viel $\square'$?

306) 9456789466789c'''', wie viel c°?

307) Bestehen Divisor und Dividend aus ungleich benannten Zahlen, so muß der Division eine Gleichmachung vorangehen, z. B. wie viel Krthl. sind 81 fl?
81 fl. = 4860 kr. und 1 Krthl. = 162 kr., also 162|4860|30 K.

486
―――
0

308) Wenn das Pfund Lichter 20 kr. kostet, wie viel Pfund bekömmt man für 57 fl. 42 kr.?

309) In wie viel Tagen legt ein Mann 30 Meilen zurück, wenn er täglich 9 Stunden macht?

310) Ein Fuhrmann gibt seinen 6 Pferden täglich 2 Metzen Haber, wie lange reicht er mit 20 Schffl. 5 Mtz. 1 Vrtl. aus?

311) Wie viele Konventionsthaler machen 244 fl. 48 kr.?

312) Jemand verzehrt täglich 1 fl. 42 kr., wie lange reicht er mit 500 fl.?

313) Der Platz, worauf München gebaut ist, hat einen Flächeninhalt von 10987000□', wie viel sind das Tagwerk?

314) Wenn einer 7 fl. 18 kr. und ein anderer 45 fl. 36 kr. hergibt, um wie viel hat Letzterer mehr gegeben?

315) Der Inhalt eines Dreieckes wird ausgerechnet, wenn man die Grundlinie mit der Höhe multiplicirt, und dieses Product mit 2 dividirt, also $\frac{g.h}{2}$. Man unterscheidet in Hinsicht auf die Seiten dreierlei Dreiecke, als: ein gleichseitiges, Fig. 6; ein gleichschenkliges, Fig. 7; und ein ungleichseitiges Dreieck, Fig. 8; und in Bezug auf die Winkel ebenfalls dreierlei, als: ein rechtwinkliges, Fig. 9; ein spitzwinkliges, Fig. 10; und ein stumpfwinkliges, Fig. 11. Zu bemerken ist, daß man irgend eine Linie als Grundlinie annimmt, an diese die Reißschiene anlegt und in den gegenüberliegenden Winkel eine Senkrechte zieht, welche man Höhe heißt, wie in diesen Figuren die punktirten Linien, z. B. die Grundlinie einer dreieckigen Wiese ist 8' 8'' lang; und die Höhe beträgt 25', welches ist der Quadratinhalt?

$$\frac{g.h}{2} = \frac{805 \cdot 250}{2} = \frac{201250}{2} = 10□^{0}\ 6□'\ 25□''$$

316) Welchen Inhalt hat ein Garten, der die Gestalt eines stumpfwinkligen Dreieckes hat, wenn die Grundlinie 75' 5'' und die Höhe 29' 8'' beträgt? — $\frac{g.h}{2}$

317) Ein Trapezoid, Fig. 12, wird berechnet, wenn

es durch die Diagonale ab in 2 Dreiecke getheilt, und jedes Dreieck bestimmt wird, indem man die Diagonale ab als Grundlinie nimmt, und darauf die Höhen fällt, z. B.: Welchen Inhalt hat ein Feld, das die Form eines Trapezoid hat, wenn die Diagonale 54′, die eine Höhe 33′ und die andere 27′ beträgt; — $\frac{g.h}{2} + \frac{g.h}{2}$ — nämlich $\frac{54 \cdot 33}{2} = 891□$; ferners: $\frac{54 \cdot 27}{2} = 729□$, beide zusammen $891 + 729 = 1620□′$

318) Welches ist der Inhalt eines Hofes, der die Form eines Trapezoid hat, wenn die Diagonale 75′, die eine Höhe 27′ und die andere 18′ beträgt?

319) Der Inhalt eines Fünfeckes, Sechseckes ꝛc. wird berechnet, wenn man das Vieleck in Dreiecke zerlegt; man bekömmt immer um 2 Dreiecke weniger, als das Vieleck Seiten hat, indem man die Diagonalen aus einem und demselben Punkte zieht, z. B. Fig. 13, Fig. 14. In Fig. 13 habe die Grundlinie ab 53′, die Höhe ac 22′, die Grundlinie eb 55′, die Höhen ak 49′ und hf 38′; welches ist der Inhalt dieses Fünfeckes?

320) Ein fünfeckiger Hof soll mit Pflastersteinen bedeckt werden. Da man 3 Dreiecke aus dem Fünfecke machen kann, und die eine der Diagonalen, worauf 2 Dreiecke basirt sind, 27′, von den darauf gezogenen beiden Höhen jede 17′, die andere Diagonale 36′ und die darauf gefällte Höhe 23′ beträgt, so ist die Frage, erstens, welches der Quadratinhalt des Hofes ist, zweitens, wie viele Pflastersteine man zur Belegung des Bodens braucht, wenn ein solcher Stein 18″ lang und 18″ breit ist, und drittens, wie viel die Belegung kostet, wenn der Stein auf 6 kr. zu stehen kömmt, und 3 Maurer 4 Tage brauchen, wovon jeder täglich 50 kr. hat?

321) Ein Prisma, Fig. 5, ist ein Körper, der 2 gleiche und parallele Grundflächen hat, welche Parallelogramme, Seitenflächen genannt, verbinden. Das Prisma heißt dreiseitig, fünfseitig ꝛc. je nachdem die Grundfläche Seiten hat, ist die Grundfläche auch ein Parallelogramm, so heißt der Körper ein Parallelepipedon, Fig. 14; das Prisma wird berechnet, wenn man die Grundfläche mit der Höhe multiplicirt, gfl.H, ist die Grundfläche ein Dreieck, dann heißt die Formel: $\frac{g.h.H}{2}$; z. B.; welchen Inhalt hat ein Balken, der die Gestalt eines dreiseitigen Prisma hat, wenn die Grundlinie der

Grundfläche 2′, ihre Höhe 1′ und der Balken 9′ Höhe hat, $\frac{g.h.H}{2} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 9}{2} = \frac{18}{2} = 9^{c'}$,

322) Welchen Inhalt hat die Mauer, wenn die Grundfläche ein Trapezoid ist, und die Diagonale dieses 5′ 6″, von den Senkrechten darauf die eine 2′ 4″, die andere 1, 9″ hat, die Mauer 11′ hoch ist? — $(\underline{\Delta} + \underline{\Delta}).H$.

323) Eine Pyramide, Fig. 16, ist ein Körper, der irgend ein Vieleck zur Grundfläche, und zu Seitenflächen lauter Dreiecke hat, die in eine Spitze zusammenlaufen. Ihr körperlicher Inhalt wird berechnet, wenn man die Grundfläche mit der Höhe multiplicirt, und mit 3 dividirt — $\frac{gfl.H}{3}$. Je nachdem die Grundfläche Seiten hat, heißt sie drei- vier- fünfseitig ꝛc. Z. B.: Welchen Raum schließt eine dreiseitige Pyramide ein, wenn von deren Grundfläche die Grundlinie 2′ und die Höhe 1′ mißt, die Höhe der Pyramide aber 18, beträgt? — $\frac{gfl.H}{3}$ —; $gfl = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1\square'$ also $\frac{1 \cdot 18}{3} = 6^{c'}$

324) Ein Grabmonument hat die Gestalt einer 4seitigen Pyramide. Die Grundfläche ist ein Rechteck, das 1′ 8″ lang und 1′ 1″ breit ist, die Höhe der Pyramide ist 4′. Welchen Inhalt hat sie und wie hoch kömmt sie zu stehen, wenn der c′ 3 fl. 12 kr. kostet?

325) Physischer Hebel heißt ein Stab von Holz oder Metall, an dem man zwei daran wirkende Kräfte, nämlich Kraft und Last, und einen Unterstützungspunkt betrachtet. Man unterscheidet gewöhnlich 3 Hebel, nämlich Druckhebel, Fig. 17; Traghebel, Fig. 18; Wurfhebel, Fig. 19. Die Berechnung ist für die 3 Fälle dieselbe, und in der Praxis ist sie wie folgt. Man findet nämlich die zur Herstellung des Gleichgewichtes nothwendige Kraft (streng genommen erfolgt die Bewegung, weil der Kraftarm selbst als Kraft wirkt), wenn man die Last mit dem Lastarme d. i. die Entfernung der Last vom Unterstützungspunkte multiplicirt, und dieses Product mit dem Kraftarme, d. i. die Entfernung der Kraft vom Unterstützungspunkte dividirt, z. B.: Welche Kraft kann einer Last von 100 Pf. das Gleichgewicht halten, wenn der Lastarm 2′ und der Kraftarm 11 beträgt, — $\frac{L.La.}{Ka.}$ —; $\frac{100 \cdot 2}{11} = \frac{200}{11} = 18\frac{2}{11}$ Pf. Man findet die Last, wenn man die Kraft mit dem Kraftarme multiplicirt, und das Product mit dem Last-

arme dividirt, z. B. welche Last hält einer Kraft von 10 Pf. das Gleichgewicht, wenn der Kraftarm 20' und der Lastarm 3, ist? — $\frac{K.Ka.}{La.}$ —, $\frac{10.20}{3} = 66\frac{2}{3}$ Pf. Man findet den Kraftarm, wenn man die Last mit dem Lastarme multiplicirt und das Product durch die Kraft dividirt, z. B. wenn 100 Pf. einer Last von 1000 Pf. das Gleichgewicht hält und der Lastarm 2' ist, wie groß ist der Kraftarm? — $\frac{L.La.}{K.}$ —, $\frac{1000.2}{100} = \frac{2000}{100} = 20'$; man findet den Lastarm, wenn man die Kraft mit dem Kraftarme multiplicirt und das Product mit der Last dividirt, z. B.: Wenn 20 Pf. einer Last von 480 Pf. das Gleichgewicht hält, und der Kraftarm 24' lang ist, wie lang ist der Lastarm? — $\frac{20.24}{480} = \frac{480}{480} = 1'$

326) Jemand hebt mit einem Hebebaume einen Steinblock, es frägt sich, wie schwer dieser ist, wenn man 150 Pf. aufbietet und der Lastarm von 1' und der Kraftarm von 15, genommen wird? — $\frac{K.Ka.}{La.}$ —

327) Wenn dieser Stein bei denselben Hebelarmen 100 Pf. wiegt, wie viel Kraft ist zum Halten nöthig? — $\frac{L.La.}{Ka.}$ —

328) Der gemeine Flaschenzug besteht aus 2 Kloben oder Hülsen, wovon jede, Rollen zwischen sich hat Fig. 20. Die erste Flasche bleibt beim Gebrauche fest angebunden und bewegt sich nicht von der Stelle, während die zweite, welche an dem zu bewegenden Körper angebunden wird, mit diesem sich bewegt. Die Berechnung für den Fall des Gleichgewichtes, abgesehen von der Steifheit des Seiles, der Reibung des Seiles und jener der Rolle, ist die: man dividirt die Last mit dem Producte aus 2 in die Anzahl der Rollen der beweglichen Flasche, wenn man die Kraft finden will, z. B.: welche Kraft hält einer Last von 1000 Pf. das Gleichgewicht, wenn die bewegliche Flasche 3 Rollen hat? — $\frac{L.}{2n.}$ —; $\frac{1000}{2.3} = \frac{1000}{6} = 166\frac{4}{6}$ Pf.; will man die Last finden, so multiplicirt man die Kraft mit 2.n, wenn n die Anzahl der Rollen der beweglichen Flasche bedeutet, z. B.; welche Last hält einer Kraft von 100 Pf. das Gleichgewicht, wenn die bewegliche Flasche 3 Rollen hat? — 100.2.n —, 100.2.3 = 600 Pf.

329) Welches Gewicht hat eine Dachrinne, wenn sie ein

Mann mit einem Flaschenzuge, dessen bewegliche Flasche 3 Rollen hat, mit 100 Pf. im Gleichgewichte erhalten kann?

330) Welche Kraft ist erforderlich, um einer Last von 100 Pf. das Gleichgewicht zu halten mit einem Flaschenzuge, dessen bewegliche Flasche 2 Rollen hat. — $\frac{L}{2n}$ —

331) Scheibenrad heißt eine kreisrunde Scheibe von Holz oder Metall, die an der Peripherie herum eine rinnenförmige Höhlung hat, worin sich gewöhnlich Riemen bewegen Fig. 21. Die Zahl der Umläufe des kleinern Scheibenrades, während das große einmal umgeht, ist der Quotient, der herauskommt, wenn man mit dem Durchmesser der kleinen Scheibe, in jenen der großen dividirt, z. B.: Wie oft dreht sich der Schleifstein von 1' Durchmesser, wenn der große Stein 8' Durchmesser hat? — $\frac{D}{d}$ — = $\frac{8}{1}$ = 8 mal; dreht sich der große Stein in der Minute 15 mal, so dreht sich der kleine 8 . 15 um = 120 mal.

332) Wie oft läuft die kleine Scheibe von 2' Durchmesser in der Minute um, wenn die große von 8' Durchmesser 12 mal umgeht? — $\frac{D}{d}$. 12 —

333) Wie oft läuft die kleine Scheibe von 9" Durchmesser um, wenn die große Scheibe 4' Durchmesser hat, $\frac{D}{d}$

334) Dasselbe Verfahren findet auch bei gezahnten Rädern, d. i. bei Rädern, die in gleichen Theilungen am Umfange Hervorragungen und Vertiefungen haben, statt. Räder, die in der Richtung der Halbmesser am Umfange Zähne haben, heißen Stirnräder, Fig. 22; Räder, deren Kämme auf der Seitenfläche des Rades senkrecht stehen und mit der Welle parallel sind, heißen Kamm- oder Kronräder, Fig. 23; die 2 Arten von Rädern greifen in kleinere Räder ein, die man Getriebe (Triften) nennt, von denen es 3 Arten gibt, nämlich: Zahngetriebe (Drehling), wenn es ein kleines Stirnrad ist: Fig. 24; Stockgetriebe (Trilling), wenn zwischen 2 Scheiben mit der Welle parallelliegende Stöcke liegen, Fig. 25; und Kumpf, wenn die Stäbe in die Welle eingehauen sind, und mit ihr parallel laufen, Fig. 26. Will man wissen, wie oft ein Getriebe umläuft, während das damit sich bewegende Rad einmal umgeht, so dividirt man mit der Anzahl der Zähne, Stöcke, der Stäbe des Getriebes in die Anzahl der Zähne oder Kämme des Rades. Z. B.: Ein Kammrad hat 48 Kämme, und der Kumpf 6 Stäbe, wie oft dreht letzterer

sich um, während einer Umdrehung des Kammrades? — $\frac{K.}{St.} = \frac{48}{6} = 8$ mal.

335) Wie oft läuft in einer Mühle der Kumpf und mithin auch der damit in fester Verbindung stehende Läufer in einer Minute um, der 6 Stäbe hat und in ein Kammrad von 72 Kämmen eingreift, wenn das Wasserrad in der Minute 15 Umdrehungen und folglich auch das Kammrad so viel Umdrehungen macht? — $\frac{K}{St} \cdot 15$. —

336) Eine Verbindung von gezahnten Rädern heißt man Räderwerk. Man findet die Zahl der Umdrehungen des letzten Rades, während sich das erste einmal umdreht, wenn man mit dem Producte aller Zähne, Stöcke, Stäbe der Getriebe in das Product aller Zähne, Kämme der Räder dividirt. Z. B.: Ein Poncelet-Rad soll einen Mühlgang und 6 Spinnmaschinen einer Fabrik in Bewegung setzen; die Einrichtung ist folgende: Das Wasserrad macht in der Minute 18 Umläufe. An der Welle dieses Rades ist ein Kammrad mit 48 Kämmen angebracht, das letztere bewegt das Stockgetriebe mit 24 Stöcken, in fester Verbindung mit diesem bewegt sich gleichmäßig ein horizontales Stirnrad mit 40 Zähnen, welches den Kumpf mit 7 Stäben in Bewegung setzt, wodurch auf dieser Seite der Läufer bewegt wird, dasselbe Stirnrad treibt zugleich auch auf der andern Seite ein Zahngetriebe mit 24 Zähnen, in fester Verbindung damit bewegt sich ein Kronrad mit 36 Kämmen, welches in eine Triften mit 30 Triebstöcken eingreift; an der Welle dieser Triften ist ein Schnurrad von 1′ 6″ Durchmesser, welches mittelst eines Riemens die die Maschine bewegende Rolle v. 1′ Durchm. in Umlauf setzt. Nun frägt sich, wie oft läuft der Siebener, (Kumpf) und folglich auch der Läufer um in der Minute; wie oft geht in einer Minute die Maschine um? — $\frac{K.\ Z.}{St.\ St.} \cdot 18 - = \frac{48 \cdot 40}{7 \cdot 24} \cdot 18 = \frac{34560}{168} = 205\frac{126}{168}$ Uml. des Läufers oder des Kumpfes in der Minute, und — $\frac{K.\ Z.}{St.\ St.}$ —; $\frac{48 \cdot 40}{7 \cdot 24} = \frac{1920}{163} = 11\frac{72}{168}$ Umläufe des Kumpfes, während das Kammrad nur einmal umgeht. — $\frac{K.\ Z.\ K.\ D.}{St.\ Z.\ St.\ d} \cdot 18 - = \frac{48 \cdot 40 \cdot 36 \cdot 18''}{24 \cdot 24 \cdot 30 \cdot 12''} \cdot 18 = \frac{22394880}{207360} = 108$ Umläufe der Maschine in der Minute, und — $\frac{K.\ Z.\ K.\ D.}{St.\ Z.\ St.\ d} - = \frac{48 \cdot 40 \cdot 36\ 18}{24 \cdot 24 \cdot 30 \cdot 12} = \frac{1244160}{207360} = 6$ Umläufe der Maschine, während das Kammrad nur einmal umgeht.

337) **Bestimmt** man die Kraft, welche bei einem Räderwerke der Last das Gleichgewicht hält, so dividirt man das Product aus der Last in das Product der Halb- oder Durchmesser aller Getriebe, durch das Product aller Halb- oder Durchmesser der Räder Fig. 27: Ist der Halbmesser jeden Rades 10'' und der Halbmesser jeden Getriebes 1'', die Last 10000 Pf., wie groß ist die Kraft?

$$= \frac{L.a.b.c.d.}{A.\ B.\ C.\ D.} = \frac{10000 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1}{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{10000}{10000} = 1 \text{ Pf.}$$

338) **Soll** in diesem Falle die Last bestimmt werden, so wird das Product der Kraft in das Product aller Halb- oder Durchmesser der Räder durch das Product aller Halb- oder Durchmesser der Getriebe multiplicirt, z. B.: Welches ist im obigen Falle die Last, wenn die Kraft 1 Pf.?

$$= \frac{K.A.B.C.D.}{a.\ b.\ c.\ d.} = \frac{1 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10}{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1} = 10000 \text{ Pf.}$$

339) Welche Kraft hält einer Last von 100000 Pf. das Gleichgewicht an einem Räderwerke von 3 Paar Rädern, wobei der Durchmesser jeden Rades 4', der Durchmesser jeden Getriebes 9'' beträgt?

340) Welche Last hält einer Kraft von 2 Pf. das Gleichgewicht, wenn 2 Paar Räder in der Weise in Verbindung stehen, daß der Durchmesser des einen Rades 5', jener des andern 4' und der Durchmesser des einen Getriebes 8'', jener des andern 5'' beträgt?

341) **Ein** Wellrad ist eine Vorrichtung, welche aus eieinem Zylinder besteht, woran entweder ein Rad oder eine Kurbel angebracht ist, oder wodurch zwei sich senkrecht kreuzende Stäbe gesteckt sind. Steht die Welle vertical, so heißt das Rad an der Welle, Winde, Zug oder Göpl, Fig. 27., ist die Welle horizontal, so heißt es Haspel, und zwar Hornhaspel, Fig. 28, wenn an der Welle eine Kurbel, oder Radhaspel, Fig. 29, wenn daran ein Rad angebracht ist, oder Kreuzhaspel, Fig. 30, wenn Stäbe durchgezogen sind. Die Berechnung geht auf dieselbe Weise wie Nro. 325, es ist hier nur zu bemerken, daß der Lastarm den Halbmesser der Welle bedeutet, und der Kraftarm jenen der Kurbel oder die Hälfte des Stabes, z. B.: ein Mann zieht auf einen Boden auf einmal 3 Schäffel Weizen = 939 Pf., wie viel Kraft muß er anwenden, wenn ein durch die senkrecht

stehende Welle gezogener Stab 8′ und der Wellendurchmesser 1′ beträgt? — $\frac{L. La.}{Ka.}$ — $\frac{939 \cdot 6''}{48}$ = $\frac{5634}{48}$ = 117 $\frac{18}{48}$ Pf.

342) Es soll ein Marmorblock von 1000 Pf. aus einem tiefen Schachte mittelst eines Hornhaspels gezogen werden; wie viel Kraft ist erforderlich, wenn die Kurbellänge 14″ beträgt, was die zweckmäßigste Länge ist, und der Wellendurchmesser 6″ ist. Es ist zu bemerken, daß bisher immer die Reibung unberücksichtigt geblieben ist, (eine solche Beachtung wird erst nach Abhandlung der Brüche stattfinden), daß ferner immer nur von Erhaltung des Gleichgewichtes die Rede war, und bloß in diesem Beispiele eine Erzeugung von Bewegung vorkömmt, wobei nur zu erinnern kömmt, daß man etwas mehr Kraft anzuwenden habe, als zur Erhaltung des Gleichgewichtes nothwendig ist.

343) Eine schiefe Ebene Fig. 33. ist eine gegen den Horizont geneigte Ebene. Der senkrechte Durchschnitt ist ein rechtwinkliges Dreieck, wovon die senkrechte Linie die Höhe der schiefen Ebene und die schiefe Linie ihre Länge anzeigt. Soll die Kraft angegeben werden, welche einem auf der schiefen Ebene liegenden Körper das Gleichgewicht hält, im Falle sie parallel mit der schiefen Ebene wirkt, so dividirt man das Product der Last in die Höhe durch die Länge der schiefen Ebene, z. B.: Die Schrottleiter der Aufleger habe 12′ und werde mit dem einen Ende auf den Wagen gelegt, 3′ über dem Boden erhöht; wenn 4 Mann auf der Ebene einen Ballen von 600 Pf. im Gleichgewichte erhalten können, so frägt es sich, wie viele Pfunde Kraft wirken müssen? — $\frac{L. h}{l}$ —, $\frac{600 \cdot 3}{12}$ = $\frac{1800}{12}$ = 150 Pf.

344) Sucht man in diesem Falle die Last, so dividirt man das Product der Kraft in die Länge durch die Höhe der schiefen Ebene. Z. B.: Wie schwer wiegt der Balken, wenn 200 Pf. Kraft wirksam sind, und die schiefe Ebene bleibt, wie im vorigen Falle? — $\frac{K. l.}{h}$ — = $\frac{200 \cdot 12}{3}$ = $\frac{2400}{3}$ = 300 Pf.

345) Welche Kraft kann einer Last von 780 Pf. auf einer schiefen Ebene das Gleichgewicht halten, wenn sie 6′ 5″ hoch und 20′ lang ist?

346) Eine schiefe Ebene ist 9′ hoch, 33′ 5″ lang, wi

groß ist die Last, wenn ihr 20 Pf. Kraft das Gleichgewicht halten?

Maß der Zahlen.

347) Ist der Divisor in dem Dividend genau enthalten, so daß der Quotient eine ganze Zahl ist, so heißt der Divisor ein Maß des Dividend, z. B. ist 3 ein Maß der Zahl 9.

348) Wie heißen die 4 Maße für 12?

349) Wie heißen die 6 Maße für 24?

350) Welches sind die 6 Maße für 100?

351) Die Zahl, welche kein Maß hat und nur durch sich selbst und 1 gemessen werden kann, heißt Primzahl, z. B. 3, 17.

352.) Eine durch 2 theilbare Zahl heißt gerade, z. B. 2, 4, 6, 8; jede andere ungerade, z. B. 3, 5, 7, 9.

353) Eine Zahl läßt sich durch 2 theilen, wenn die Einerzahl gerade ist, z. B. $7834^{2} = 3917$. Denn 7834 ist so viel als $7830 + 4$ und jede Zehnerzahl, d. i. eine Zahl, die mit 10 multiplicirt wurde, ist mit 2 theilbar, wenn daher die Einer durch 2 theilbar sind, so ist es die ganze Zahl.

354) Sind die Zahlen 5618, 390, 784, 676, 2782 durch 2 theilbar, und welche Resultate entstehen durch die Theilung?

255) Eine Zahl läßt sich durch 4 theilen, wenn die letzten 2 Zahlstellen rechts durch 4 theilbar sind, z. B. $78348^{4} = 19587$, denn $78348 = 78300 + 48$, und jede mit 100 multiplicirte Zahl ist durch 4 theilbar, es kommt also auch hier wieder nur auf die letzten 2 Stellen, hier 48, an, sind diese theilbar, so ist die ganze Zahl theilbar.

356) Sind folgende Zahlen, 7854, 9377, 4563, 7836, 7684, 91236, 4517, 8456 durch 4 theilbar, und welche Resultate kommen nach der Theilung heraus?

357) Eine Zahl ist durch 8 theilbar, wenn es die letzten 3 Stellen rechts sind, z. B. $7896^{8} = 987$. Die Ursache hievon ist wie oben.

358) Sind 9587216, 9434, 78360, 97848, 37847

durch 8 theilbar, und wie heißen die Quotienten, wenn sie es sind?

359) Durch 3 ist eine Zahl theilbar, wenn die Summe ihrer Ziffern durch 3 getheilt werden kann, z. B. $58932^{3} = 19644$. Der Grund hievon kann hier noch nicht angegeben werden.

360) Sind 3756, 7872, 78543, 6837, 3789, 4567, 37894 durch 3 theilbar und welche Resultate der Theilung erstehen hieraus?

361) Durch 6 ist eine Zahl theilbar, wenn sie durch 3 und 2 zugleich theilbar ist, d. i. wenn die Quersumme sich auch durch 3 und die Einerstelle durch 2 theilen läßt, z. B. $76896^{6} = 12816$.

362) Sind 456876, 48534, 930, 79456, 78434 durch 6 theilbar, und welches sind die Resultate der Theilung?

363) Durch 9 läßt sich eine Zahl theilen, wenn man die Quersumme der Ziffern durch 9 theilen kann, z. B. $566344^{9} = 62926$. (Siehe 359.)

364) Sind 756785, 7434, 9646, 784306 durch 9 theilbar und welches sind die Resultate der Theilung?

365) Durch 5 wird eine Zahl getheilt, wenn die Einerstelle entweder 0 oder 5 ist, der Grund hievon ist klar, z. B. $3560^{5} = 712$.

366) Welches sind die Resultate der Theilung durch 5 von folgenden Zahlen: 7565, 67850, 3785, 7810.

367) Durch 10, oder 100, oder 1000 rc kann eine Zahl verkleinert werden, wenn die zu verkleinernde Zahl am Ende rechts 0, oder 00, oder 000 rc. hat, z. B. $78700^{100} = 787$.

368) Wie heißen folgende Zahlen nach der Verkleinerung: 78500, 3789000, 37890, 45600000, 368600000?

369) Die Anwendungen dieser Regeln kommen bei den Brüchen, Proportionen, und reesischen Ansätzen vor.

370) Wenn 2, oder mehrere Zahlen einerlei Maß haben, so heißt dieses das gemeinschaftliche Maß oder der gemeinschaftliche Theiler, z. B. 12, 20, 42. Das gemeinschaftliche Maß ist davon 2, denn es wird: 6, 10, 21.

371) Welches gemeinschaftliche Maß haben folgende Zahlen: 27, 24, 378, 5391, 5694.

372) Welches gemeinschaftliche Maß haben die Zahlen: 2764, 3788, 31716.

373) Oft haben mehrere Zahlen kein gemeinschaftliches Maß, z. B. 13, 12, 21, 36, solche Zahlen heißen Primzahlen unter sich.

374) Man zerfällt eine Zahl in ihre einfachen Faktoren, wenn man sie mit den kleinsten Primzahlen so lange dividirt, bis der Quotient selbst eine Primzahl wird z. B. 234 = 2. 3. 3. 13.

375) Zerfälle folgende Zahlen in ihre einfachen Faktoren: 189, 225, 198, 560, 459, 832, 729, 700, 972, 1000.

374) Das größte gemeinschaftliche Maß oder den größten gemeinschaftlichen Theiler von 2 oder mehreren Zahlen findet man auf nachstehende 2 Arten:

1) Man zerfälle die Zahlen in ihre einfachen Faktoren, und multiplicire die, welche sie mit einander gemeinschaftlich haben, das Product gibt das größte gemeinschaftliche Maß, z. B.

875 = 5. 5. 5. 7 588 = 2. 2. 3. 7. 7 637 = 7. 7. 13	} 7.	564 = 2. 2. 3. 47 776 = 2. 3. 11. 11 876 = 2. 2. 3. 73	} 3. 2.

Diese Art, den größten gemeinschaftlichen Theiler zu finden, wäre freilich die bequemste und leichteste, wenn man immer die Faktoren schnell wüßte. Zu diesem Behufe gibt es eigene Tabellen, wie jene von Vega.

2) Da aber die Faktoren ohne diese Tabellen nicht so leicht gefunden werden können, so hat man auch folgenden Weg: Man dividire die größte angegebene Zahl durch die kleinste in der Art, daß der nach der ersten Theilung gebliebene Rest Divisor und der vorige Divisor Dividend wird und so fort immer der Rest Divisor, und der vorige Divisor Dividend. Der letzte Divisor ist das größte gemeinschaftliche Maß für diese beiden Zahlen. Hat man das größte gemeinschaftliche Maß für 3 Zahlen zu finden, so dividirt man das bereits gefundene Maß in die dritte Zahl in der angegebenen Weise, und der letzte Divisor ist das gemeinschaftliche Maß für alle 3 Zahlen u. s. f.

Z. B.: 875, 637, 588.

588|375|1
588
287|588|2
574
14|287|20
28
7|14|2
14

7|637|91
63
7

also ist der letzte Divisor 7 das größte gemeinschaftliche Maß für 3 Zahlen wie oben gefunden worden

377) Welches ist das größte gemeinschaftliche Maß von: 860 und 940; 657, 702 und 639; 748, 792 und 836: 364, 308, 322 und 462.

378) Wenn eine Zahl durch mehrere Zahlen zugleich theilbar ist, so heißt sie ein gemeinschaftliches Vielfache dieser Zahlen z. B., 36 ist ein gemeinschaftliches Vielfache von 18, 12, 9, 6, 3, 2.

379) Man bekommt das kleinste gemeinschaftliche Vielfache auf dreierlei Arten, wenn die Zahlen nicht selbst Primzahlen sind, wobei das Product derselben das kleinste gemeinschaftliche Vielfache ist z. B. 7, 3, 5 = 105.

1) Man zerfälle die Zahlen in ihre einfachen Faktoren, und setze alle Faktoren der ersten Zahl ins Vielfache; von jenen der zweiten, ꝛc. Zahl nur mehr solche, die nicht schon vorgekommen sind, es müssen also auch die gleichen Faktoren noch ins Vielfache gesetzt werden, wenn sie bei einer spätern Zerfällung öfter vorhanden sind, als in einer der frühern, z. B.

$$\left.\begin{array}{l}138 = 2.3.23\\ 640 = 2.2.2.2.2.2.2.5\\ 35 = 5.7\\ 343 = 7.7.7\end{array}\right\}\ 2.3.23.2.2.2.2.2.2.5.7.7.7 = 15146880$$

2) Man suche von den ersten 2 Zahlen das größte gemeinschaftliche Maß, dividirt damit die 2 Zahlen; das Product aus den beiden Quotienten in das gemeinschaftliche Maß gibt das kleinste gemeinschaftliche Vielfache; ebenso verfahre man mit dem Vielfachen und der nächsten Zahl ꝛc.

3. B. 138, 640, 35, 343.

```
a) 138|640 = 4        2|138 = 69   mithin 69.320.2
      552                                = 44160
      88|138|1        2|640 = 320
          88
          50|88|1
             50
             38|50|1
                38
                12|38|3
                   36
                    2|12|6
b) 35|44160 = 1261    5|35 = 7   mithin 78832.5
     35                                 = 309120
      91              5|4410 = 8832
      70                40
      216                41
      210                40
        60                16
        35                15
        25|35|1            10
           25              10
           10|25|2
              20
               5|10|2
c) 343|309120 = 901   7|343 = 49 mithin 49.44160.7
      3087              28           = 15146880.
        420             63
        343           7|309120 = 44160
         77|343|4       28
            308          29
             35|77|2     28
                70        11
                 7|35|5    7
                   35      42
                           42
                           —0
```

3) Man setze die Zahlen in eine Reihe, streiche diejenigen aus, welche sich in einander aufheben, hierauf dividire man die übrigen mit einer Primzahl (wenigstens 2 müssen sich damit theilen lassen), und setze die Quotienten unter einen Querstrich; die sich hierauf abermals durch eine Zahl aufheben, streiche man und die gebliebenen dividire wieder mit einer Primzahl rc., das Product der unter dem Querstriche noch stehen gebliebenen Zahlen in die seitwärts geschriebenen Primzahlen gibt das kleinste gemeinschaftliche Vielfache z. B.

2	138,	640,	35,	343
7	69,	320,	35,	343
5	69,	320,	5,	49
	69,	64,	1,	49

also $2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 69 \cdot 64 \cdot 49 = 15146880.$

380) Welches ist das kleinste gemeinschaftliche Vielfache (Generalzahl) von 36, 48, 96, 100, 12, 18; ferner von: 13, 20, 26, 368, 5; dann von: 7, 339, 14, 28, 105; endlich von 1731, 27, 38, 104, 321.

Gemeine Brüche.

381) Einen oder mehrere Theile eines Ganzen nennt man einen Bruch. Ueber dem Querstriche steht der Zähler welcher die vorhandenen Einheiten, d. i. $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$ rc. eines Ganzen zählt, unter dem Striche der Nenner, welcher die gemachten gleichen Theile benennt, z. B. $\frac{3}{4}$ Apfel, d. i. $3 \cdot \frac{1}{4}$ oder 3 mal den vierten Theil des Apfels; $\frac{7}{8}$ fl., d. i. $7 \cdot \frac{1}{8}$ fl. oder 7 mal den achten Theil des Guldens. Beim Aussprechen setzt man der Zahl des Nenners tel an, oder stel, wenn sie auf ig ausgeht, z. B. $\frac{1}{4} = 1$ Viertel, $\frac{1}{20} = 1$ Zwanzigstel.

382) Was bedeutet: $\frac{2}{3}$ Schffl.; $\frac{3}{4}$ Ctr.; $\frac{7}{8}$ Pf.; $\frac{3}{20}$ Eimer. $\frac{5}{6}$ fl.; $\frac{7}{10}$ Ballen; $\frac{3}{4}'$; $\frac{2}{5}^{0}$; $\frac{2}{3}''$

383) Einen ächten oder eigentlichen Bruch nennt man einen solchen, dessen Zähler kleiner ist als der Nenner: $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$.

384) Ein unächter oder uneigentlicher Bruch ist jener, dessen Zähler größer ist als der Nenner, z. B. $\frac{5}{3}$, $\frac{8}{5}$; aus einem solchen Bruche kann man immer die Ganzen ziehen, wenn man mit dem Nenner in den Zähler theilt, z. B. $\frac{5}{3} = 3|5 = 1\frac{2}{3}$; $\frac{8}{5} = 5|8 = 1\frac{3}{5}$.

385) Brüche, die mit Ganzen verbunden sind, heißen gemischte Brüche, z. B. $1\frac{2}{3}$, $1\frac{3}{8}$; sie können immer in uneigentliche Brüche verwandelt werden, wenn man mit dem Nenner die Ganzen multiplicirt, diesem Producte den Zähler addirt, und der Summe den Nenner darunter schreibt, z. B. $1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$, $1\frac{3}{8} = \frac{11}{8}$.

386) Von 2 Brüchen, welche gleiche Nenner haben, ist jener kleiner, der einen kleinern Zähler hat, z. B. $\frac{7}{8} > \frac{5}{8}$; $\frac{4}{7} < \frac{6}{7}$; $\frac{5}{9} > \frac{4}{9}$; $\frac{7}{10} < \frac{9}{10}$. Der Grund davon ist der, weil dieselbe Einheit als: $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{10}$ in dem einen öfter als in dem andern genommen wurde.

387) Von 2 Brüchen mit gleichen Zählern ist jener kleiner, welcher den größten Nenner hat, z. B. $\frac{7}{8} > \frac{7}{9}$; $\frac{3}{5} < \frac{3}{4}$; $\frac{5}{7} > \frac{5}{9}$; $\frac{4}{7} > \frac{4}{11}$. Der Grund liegt darin, daß eine kleinere Einheit gerade so oft genommen wird als eine größere; denn die kleinere Einheit $\frac{1}{9}$ wird ebenfalls 7 mal genommen, wie die größere $\frac{1}{8}$ u. s. f.

388) Brüche haben gleichen Werth, wenn die Zähler in den Nennern gleich oft enthalten sind, z. B. $\frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$, ist aber der eine Zähler weniger oft in seinem Nenner enthalten, so ist dieser Bruch der größere, z. B. $\frac{5}{7} > \frac{3}{8}$; $\frac{5}{13} < \frac{3}{4}$.

389) Wenn man mit den angegebenen Mitteln den Werth der Brüche noch nicht erkennt, so bringe man sie auf einerlei Benennung, wobei man den größern Werth des Bruches an dem größern Zähler erkennt. Am schnellsten und einfachsten geschieht das meistens, wenn man das Produkt der Nenner mit jedem Zähler multiplicirt, z. B. $\frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{7}{9} = \frac{864, 440, 2016}{288}$ also hat $\frac{7}{9}$ den größeren Werth.

390) Ist der Zähler so groß als der Nenner, so beträgt der Bruch ein Ganzes, z. B. $\frac{5}{5} = 1$, $\frac{6}{6} = 1$.

391) Jede ganze Zahl kann dadurch bruchartig angeschrieben werden, daß man 1 darunter schreibt, z. B. $5 = \frac{5}{1}$, dann zieht man die Ganzen heraus, so hat man wieder 5.

392) Soll eine ganze Zahl bruchartig mit irgend einer zum Nenner bestimmten Zahl angeschrieben werden, so multiplicirt man die ganze Zahl mit dem in Frage stehenden Nenner und setzt dem Producte den Nenner darunter, z. B. 5 Metzen sollen in einen Bruch verwandelt werden, dessen Nen-

ner 6 ist, es wird $\frac{30}{6}$; 3 Ellen werden in einen Bruch verwandelt, dessen Nenner 7 ist, sohin $\frac{21}{7}$.

393) Eine ganze benannte Zahl verwandelt man in einen Bruch höherer Art, wenn man die Reductionszahl als Nenner darunterschreibt, z. B. 17 kr. als Guldenbruch $= \frac{17}{60}$; 3 Mtz. als Schäffelbruch $= \frac{5}{6}$; 3 Qu. als Centnerbruch $= \frac{3}{12800}$; 5 Bg. Druckpapier $= \frac{5}{5000}$ Bll. Weiß man die Reductionszahl nicht sogleich, so schreibt man der benannten Zahl die nach einander folgenden Reductionszahlen darunter, z. B. 3 Qrt. sollen in einen Fuderbruch verwandelt werden $= \frac{3}{4 \cdot 60 \cdot 2 \cdot 6} = \frac{3}{2880}$; 5, wie viele Klafter? $= \frac{5}{6}$ Kl.; 5□′ wie viel □ Klafter $= \frac{5}{36}$ □ Kl., denn die Reductionszahl ist 36; $7^{c\prime}$ wie viel Kubikklafter? $= \frac{7}{216}$ Kubkklft.

394) 3 dl. als Guldenbruch geschrieben, ist ....?
395) 1 Heller als Guldenbruch, gibt ....?
396) 7 Loth als Centnerbruch, wird ...?
397) 7 Maß als Ohmbruch, ist ...?
398) 30″ als Jahresbruch, ist ...?
399) 7□‴ als Bruch einer □°, wird ...?
400) $9^{c\prime\prime\prime}$ als Bruch eines c′, ist .. ?
401) 7′, wie viel Klafter?
402) 7□″, wie viel □′ und □°?
403) $8^{c\prime\prime}$, wie viel c Klafter?
404) 9□″, wie viel □ Klafter?
405) $7^{dd\prime}$, wie viel Ruthen?

406) Ungleich benannte ganze Zahlen werden in einen Bruch verwandelt, wenn man die verschiedenen Sorten in die kleinste resolvirt, und dann wie vorher die Reductionszahl darunter schreibt, z. B. 7 kr. 3 dl. 1 hl. sollen als Guldenbruch angeschrieben werden $= \frac{63}{480}$ fl.

407) Wie viel ist als Ohmbruch 3 Mß. und 3 Qt.?

408) Was sind 3 Mtz. 1 Vtl. 1 Mß. 1 Drß. in einem Schäffelbruche?

409) Wie viel geben 3 Bogen 5 Octavblätter in einem Ballenbruche?

410) Einen gemischten Bruch verwandelt man in einen Bruch höherer Sorte, wenn man ihn zuerst in einen unächten Bruch auflöst und die Reductionszahl mit dem Nenner multiplicirt, z. B. $2\frac{3}{4}$ kr. als Guldenbruch $= \frac{11}{4 \cdot 60} = \frac{11}{240}$ fl.

411) $2\frac{3}{4}$ Metzen, wie viel als Schäffel?
412) $4\frac{1}{2}$ Maß, wie viel Fuder?
413) $9\frac{3}{5}$ Pfund, wie viel Centner?
414) $4\frac{1}{2}$ Loth, wie viel Centner?
415) $3\frac{1}{2}$ Bogen, wie viel Rieß?

416) Soll man den Werth des Buches in benannten Zahlen der niedern Sorten angeben, so multiplicirt man den Zähler mit der Reductionszahl und dividirt das Product mit dem Nenner, mit dem allenfalls gebliebenen Reste vefährt man ebenso, z. B. $\frac{3}{8}$ fl. $= \frac{3\cdot60}{8} = \frac{180}{8} = 22\frac{4}{8}$ kr. $\frac{4}{8}$ oder $\frac{1}{2}$ kr. $= \frac{1}{2}\cdot4 = \frac{4}{2} = 2$ dl.; $\frac{4}{7}$ fl. $= \frac{4}{7}\cdot60 = \frac{240}{7} = 34\frac{2}{7}$ kr. und $\frac{2}{7}$ kr. $= \frac{2\cdot4}{7} = \frac{8}{7} = 1\frac{1}{7}$ dl. und $\frac{1}{7}$ dl. $= \frac{1\cdot2}{7} = \frac{2}{7}$ hl.; $\frac{3}{5}\square$ Klafter $= \frac{3\cdot36}{5} = \frac{108}{5} = 21\frac{3}{5}\square'$ und $\frac{3}{5}\square' = \frac{3\cdot144}{5} = \frac{432}{5} = 86\frac{2}{5}\square'$ und $\frac{2}{5}\square'' = \frac{2\cdot144}{5} = \frac{288}{5} = 57\frac{3}{5}\square'''$; $\frac{3}{4}$ Kubikklafter $= \frac{3\cdot216}{5} = \frac{648}{5} = 129\frac{3}{5}$ c' und $\frac{3}{5}$c' $= \frac{3\cdot1728}{5} = \frac{5184}{5} = 1036\frac{4}{5}$ c''; $\frac{3}{5}$d' $= \frac{3\cdot10}{5} = \frac{30}{5} = 6''$.

417) $\frac{3}{4}$ Ctr., wie viel Pf.? 418) $\frac{4}{7}$ Ctr., wie viel Lth. und Qu.? 419) $\frac{5}{8}$ Rß., wie viel Bg.? 420) $\frac{3}{7}$ Pf., wie viel Lth. ꝛc.? 421) $\frac{3}{5}$ Eim., wie viel Maß ꝛc.? 422) $\frac{3}{4}$ Jahr, wie viel Tage? 423) $\frac{3}{5}$ Stunden, wie viel Minuten ꝛc.? 424) $\frac{7}{9}$ fl., wie viel kr. ꝛc.? 425) $\frac{5}{7}$dd', wie viel '' und '''? 426) $\frac{4}{7}$ Kubikklafter, wie viel c' und c''? 427) $\frac{4}{9}\square$Klf., wie viel $\square'$ und $\square''$?

428) Der Werth des Bruches wird nicht geändert, wenn man sowohl Zähler als Nenner mit einer und derselben Zahl multiplicirt oder dividirt, z. B. $\frac{2}{4}$ mit 2 multiplicirt gibt $\frac{4}{8}$, was gerade so viel ist, denn die Einheit $\frac{1}{4}$ ist zwar um die Hälfte kleiner geworden, nämlich $\frac{1}{8}$, aber sie wurde dann auch um 2 mal öfter genommen; oder $\frac{2}{4}$ mit 2 dividirt gibt $\frac{1}{2}$, was wieder dasselbe ist, und zwar aus einem Grund, der dem angeführten gerade entgegengesetzt ist.

429) Der Werth von $\frac{4}{5}$ fl. soll nicht geändert, aber der Nenner 15 werden, wie geschieht das? 430) Wie kann der Werth von $\frac{9}{12}$ Mtz. derselbe bleiben, wenn der Nenner 4 wird? 431) Man verändere den Nenner auf verschiedene Weise, aber nicht den Werth von $\frac{6}{18}$ Schfl. und zwar durch Multiplikation und Division.

432) Der Werth des Bruches wird vergrößert, wenn

man entweder den Zähler multiplicirt, folglich die Einheit öfter nimmt, oder den Nenner dividirt, folglich die Einheit größer macht, z. B. $\frac{5}{6}$ fl. wird größer durch: $\frac{5 \cdot 3}{6} = \frac{15}{6}$, oder durch: $\frac{5}{6:3} = \frac{5}{2}$, also immer $2\frac{1}{2}$ fl.

433) Wie kann $\frac{3}{8}$ fl. auf zweierlei Wege um die Hälfte vergrößert werden? 434) Wie wird $\frac{3}{8}$ fl. auf zweierlei Art 4 mal größer? 435) Wie wird $\frac{5}{12}$ Schfl. auf zweierlei Art 3 mal, 4 mal, 6 mal und 2 mal größer?

436) Der Werth des Bruches wird vermindert, wenn man entweder den Zähler dividirt, d. i. weniger oft die Einheit nimmt, oder den Nenner multiplicirt, d. i. die Einheit kleiner macht, z. B. $\frac{4}{5}$ fl. wird kleiner durch: $\frac{4:2}{5} = \frac{2}{5}$, oder durch $\frac{4}{5 \cdot 2} = \frac{4}{10}$ also immer 24 kr.

437) Wie wird $\frac{8}{9}$ fl. auf zweierlei Art um die Hälfte kleiner, wie um den vierten Theil und wie um den achten?

438) Wie wird $\frac{18}{19}$ Eimer um 2, 3, 6, 9 mal kleiner und zwar auf zweierlei Wegen?

439) Nach diesem werden Brüche verkleinert oder aufgehoben, d. i. auf kleinere Zahlen gebracht, deren Werth leichter zu übersehen ist, wenn man sowohl Zähler als Nenner mit derselben Zahl dividirt, hier gelten die Regeln von 428 u. 353 ff. z. B. $\frac{12}{18}\overset{6}{\smile} = \frac{2}{3}$, der Bruch $\frac{2}{3}$ ist auf der kleinsten Benennung, weil Zähler und Nenner Primzahlen unter sich sind, d. h. kein gemeinschaftliches Maß mehr haben.

440) Verkleinere folgende Brüche: 1) $\frac{9}{12}$, 2) $\frac{20}{50}$, 3) $\frac{300}{400}$ 4) $\frac{5}{15}$, 5) $\frac{1461}{3732}$, 6) $\frac{6733}{79065}$, 7) $\frac{648}{784}$, 8) $\frac{6784}{7848}$, 9) $\frac{111}{407}$.

441) Brüche unter einerlei Benennung bringen heißt, ihnen ohne ihren Werth zu verändern, gleiche Nenner geben, welches auf dreierlei Weise geschieht:

1) Man multiplicire jeden Zähler mit dem Producte aller Nenner (seinen eigenen Nenner jedesmal ausgenommen), die einzelnen Producte geben die neuen Zähler, welche zum gemeinschaftlichen Nenner das Product aller Nenner haben, z. B. $\frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{5}{6} = \frac{90,\ 48,\ 100}{120}$. Das Verfahren stützt sich auf 428, denn es wurde von z. B. $\frac{3}{4}$ sowohl der Zähler 3 mit 30 multiplicirt $= 90$, als auch der Nenner $4 = 120$ ꝛc. Bei 2 Brüchen darf man bloß die Zähler in folgender Weise über das Kreuz multipliciren,

und das Product der Nenner unterschreiben als: $\frac{4}{5}, \frac{7}{8} = \frac{32.35}{40}$

2) Sind die Nenner der Brüche von der Art, daß sich alle in einem aufheben, oder kann man in Gedanken einen solchen finden, so dividire die Spezialnenner in den General- oder Hauptnenner, um die Zahl zu suchen, womit man auch die Zähler alle multiplicirt, was bereits mit den Nennern schon geschehen ist, woraus folgt, daß der Werth des Bruches ungeändert bleibt. In diesem wie im kommenden dritten Falle sind die Brüche auf die kleinste Benennung gebracht, z. B. $\frac{3}{4}\ \frac{5}{6}\ \frac{1}{2}\ \frac{2}{3} = \frac{9.10.6.8}{12}$ $\frac{5}{6}\ \frac{3}{8}\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{4}\ \frac{5}{24} = \frac{20.9.16.6.5}{24}$.

3) Der dritte Fall, wenn der zweite nicht anzuwenden ist, hat vor dem ersten den Vorzug, siehe 379—3. Man streiche, wie dort, die Nenner aus, welche in den andern aufgehen, mache rechts eine Senkrechte, schreibe rechts der Senkrechten das gemeinschaftliche Maß (eine Primzahl), und setze die Quotienten und auch die nicht aufgehenden Nenner unter eine horizontale Linie; streiche die in einer andern aufgehenden Zahl, suche dann wieder ein gemeinschaftliches Maß rc., das Product der gebliebenen Quotienten in die gemeinschaftlichen Maße, ist der kleinste Generalnenner, welcher unter eine Horizontallinie geschrieben wird. Alsdann theile den Generalnenner mit jedem Spezialnenner und multiplicire jeden Zähler mit dem Quotienten, siehe den zweiten Fall warum, z. B.

	3	5	5	7	5
3	~~4~~	~~6~~	24	36	42
2			8	12	14
2			4	6	7
			2	3	7

$\frac{378.420.105.98.60}{504}$.

442) Bringe unter einerlei Nenner: 1) $\frac{3}{10}\ \frac{7}{8}\ \frac{2}{9}$; 2) $\frac{7}{9}\ \frac{3}{7}\ \frac{5}{6}\ \frac{2}{5}$; 3) $\frac{3}{4}\ \frac{5}{6}\ \frac{4}{11}\ \frac{3}{7}$; bringe unter die kleinste Benennung: 4) $\frac{7}{8}\ \frac{3}{4}\ \frac{2}{15}\ \frac{5}{42}$; 5) $\frac{7}{9}\ \frac{5}{36}$; 6) $\frac{3}{4}\ \frac{2}{3}\ \frac{5}{6}$; 7) $\frac{3}{8}\ \frac{5}{6}\ \frac{7}{12}$.

Addition.

443) Haben die Brüche einerlei Benennung, d. h. sind sie gleichbenannte Zahlen, Zahlen von gleicher Einheit,

so lassen sie sich, wie diese addiren, und zwar in der Weise, daß man ihre Zähler addirt und den gemeinschaftlichen Nenner darunterschreibt z. B. $\frac{316}{947} + \frac{27}{947} + \frac{5}{947} + \frac{936}{947} = \frac{1284}{947}$ $= 1\frac{337}{947}$. Daß sich das in § 39 angegebene Verfahren zu addiren einsehen läßt, beachte man, daß man nach dem Dezimal-System auch setzen kann statt der Zahlen

316		6	Man erhält durch Addition	4	Summe der Einer.
27		10		20	
5	=	300		60	" " Zehner.
936		7		200	" " Hunderter.
		20		1000	
		5			
		6	dadurch erhält man	4	
		30		30	
		900		200	
				1000	
				1284	wie oben.

444) Wie viele Gulden hast du, wenn man dir gibt: $\frac{3}{20}$ fl., $\frac{7}{20}$ fl., $\frac{9}{20}$ fl.? 445) Jemand hat $\frac{4}{7}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{2}{7}$ und $\frac{5}{7}$ Schäffel, wie viel in Allem? 446) Jemand hat $\frac{3}{4}$ und $\frac{1}{4}$ Metzen, wie viel im Ganzen?

447) Sind die zu addirenden Brüche ungleichbenannt, so mache sie auf die in 441 angegebene Weise gleichbenannt, und verfahre wie nach 442. Z. B. man addire die in 441 drittens auf gleiche Benennung gebrachten Brüche: $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{5}{24} + \frac{7}{36} + \frac{5}{42} = \frac{378 + 420 + 105 + 98 + 60}{504}$ $= \frac{1061}{504} = 2\frac{53}{504}$.

448) Zwei Brüche werden, siehe 441 erstens, addirt wie folgt: $\frac{4}{5} + \frac{7}{8} = \frac{32 + 35}{40} = \frac{67}{40} = 1\frac{27}{40}$.

449) Sind die Brüche gemischt, so werden zuvor die Brüche addirt und dann die Ganzen; das Verfahren ist für sich klar: $5\frac{3}{8} + 6\frac{7}{9} = ?$

450) Einem Kaufmanne gehen folgende Posten ein: Im Juni $368\frac{2}{3}$ fl.; im August $366\frac{4}{5}$ fl.; im September $99\frac{3}{10}$ fl.; im November $548\frac{4}{7}$ fl., wie viel im Ganzen?

451) Ein Priechler verkaufte an Leinwand: 1) $7\frac{1}{2}$ Ellen, 2) $3\frac{3}{4}$ Ellen, 3) $3\frac{1}{6}$ Ellen, 4) $18\frac{3}{4}$ Ellen. Alles wurde

vom nämlichen Stücke, welches noch $21\frac{3}{4}$ Ellen hielt, abgeschnitten, wie viel Ellen hatte das ganze Stück?

452) Es wurde eine Wiese aufgenommen, und als man den Inhalt berechnete, machte man 4 Dreiecke, von denen das erste $2944\frac{3}{20}$□' hielt, das zweite $784\frac{9}{64}$□', das dritte $506\frac{8}{21}$□' und das vierte $36786\frac{5}{24}$□', wie viel □' hatte die Wiese, wie viel hält sie Tagwerke?

453) Wie groß ist der kubische Inhalt von 3 Prismen, wenn eines $23\frac{3}{7}$c', das andere $34\frac{2}{21}$c', und das dritte $9\frac{9}{42}$c' hält?

Subtraction.

454) Sind die Brüche gleichbenannt, so zieht man die Zähler ab und schreibt den gemeinschaftlichen Nenner darunter, z. B. $\frac{3938}{4715} - \frac{2715}{4715} = \frac{1223}{4715}$. Daß das in 49 angegebene Verfahren, Zahlen zu subtrahiren, richtig ist, läßt sich so einsehen: nach dem Dezimal-Systeme werden obige Zahlen auch so geschrieben:

$$\begin{array}{l} 3000 + 900 + 30 + 8 \\ 2000 + 700 + 10 + 5 \\ \hline 1000 + 200 + 20 + 3 \end{array}$$

zieht man ab, so wird: (siehe oben)

Werden die entstandenen Theilreste addirt, so hat man

$$\begin{array}{r} 1000 \\ 200 \\ 20 \\ 3 \\ \hline 1223 \end{array}$$

wie oben.

455) Ist ein Bruch von einer ganzen Zahl abzuziehen, so nimmt man von der ganzen Zahl Eins weg, und drückt dieses eine Ganze durch einen Bruch aus, der zum Nenner dieselbe Zahl hat, wie der andere Bruch, die Zähler werden dann abgezogen und dem Reste die noch vorhandenen Ganzen vorgeschrieben, z. B. $7 - \frac{3}{5} = 6\frac{5}{5} - \frac{3}{5} = 6\frac{2}{5}$.

456) Sind gemischte Brüche abzuziehen, so wird man sie zuerst in unächte Brüche verwandeln, und dann die Zähler nach hergestellter Gleichbenennung abziehen, und den gemeinschaftlichen Nenner darunter schreiben; ächte Brüche werden in ähnlicher Weise behandelt, z. B. $5\frac{3}{4} - 2\frac{5}{8} = \frac{23}{4} - \frac{23}{8} =$

$\frac{207-92}{36} = \frac{115}{36} = 3\frac{7}{36}$. Dieß könnte aber vortheilhafter geschehen, wenn man zuerst die Brüche abzöge, dann die Ganzen. Können die Brüche nicht abgezogen werden, so muß man 1 Ganzes zu leihen nehmen und daraus einen Bruch machen, dessen Nenner so groß ist wie der Hauptnenner, der Zähler wird dann zum Zähler des Subtrahend addirt z. B. $5\frac{3}{4} - 2\frac{5}{9} = \frac{27-20}{36} = \frac{7}{36}$ also $3\frac{7}{36}$; $5\frac{5}{9} - 2\frac{3}{4} = \frac{\overset{(56)}{20}-27}{36} = \frac{29}{36}$ also $2\frac{29}{36}$.

457) Jemand nimmt monatlich 50 fl. ein und gibt $41\frac{2}{3}$ fl. aus, wie viel bleibt ihm übrig? 458) Ein Krämmer verkauft von $17\frac{3}{4}$ Ctr. Zucker $14\frac{5}{8}$ Ctr, welchen Vorrath hat er noch? 459) Ein Zimmer ist $17\frac{3}{4}'$ lang und $12\frac{8}{9}'$ breit, um wie viel ist es länger als breit? 460) Jemand hat eine gewisse Summe Schulden, er zahlt davon $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{7}$ und $\frac{1}{5}$, wie viel ist er noch schuldig? 461) Der Kubikfuß destillirten Wassers wiegt $44\frac{17}{100}$ Pf., der Kubikfuß Fichtenholz $20\frac{3}{10}$ Pf., wie viel wiegt das Wasser mehr?

Multiplikation.

462) Ein Bruch wird mit einem andern multiplicirt, wenn man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multiplicirt, z. B. $\frac{5}{6} \cdot \frac{2}{3} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$; zur Begründung dieser Regel diene Folgendes: $\frac{5}{6} \cdot \frac{2}{3}$ heißt so viel, als, von $\frac{5}{6}$ werde der dritte Theil genommen $= \frac{5}{18}$ siehe 436, $\frac{5}{18}$ aber 2 mal $= \frac{10}{18}$ siehe 432, folglich verkleinert $= \frac{5}{9}$; oder auch: $\frac{5}{6}$ werde zuerst 2 mal genommen $= \frac{10}{6}$ und davon der dritte Theil $= \frac{10}{18}$. Aus diesem Beweisgrunde geht auch hervor, daß bei ächten Brüchen immer das Product kleiner werden muß, als jeder der Factoren ist.

463) Ist ein Bruch mit Ganzen, oder umgekehrt, zu multipliciren, so wird nach 432 entweder der Zähler mit den Ganzen multiplicirt oder der Nenner damit dividirt, z. B. $\frac{7}{8} \cdot 4 = \frac{28}{8} = 3\frac{1}{2}$ oder $\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$.

464) Kommen gemischte Brüche vor, so verwandelt man sie zuerst in unächte, und multiplicirt dann wie sonst, z. B. $5\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{11}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{33}{8} = 4\frac{1}{8}$.

465) Einen wesentlichen Vortheil der Multiplication gewährt das Verkleinern der Brüche, wobei überhaupt Zähler und Nenner gehoben werden können, z. B. $\frac{4}{9} \cdot \frac{45}{316} = \frac{1}{1} \cdot \frac{5}{79} = \frac{5}{79}$

466) Wenn die Elle Band $7\frac{1}{2}$ kr. kostet, wie viel kosten

5 Ellen? 467) Was kosten 7 Ellen, wenn 1 Elle $\frac{3}{8}$ fl. werth ist? 468) Die Dachfläche einer Mauer hat die Form eines Rechteckes, ihre Länge beträgt $7\frac{3}{4}$ Klf. und ihre Höhe $2\frac{1}{3}$ Klf., wie viel enthält sie □'? 469) Ein Fußboden ist $17\frac{3}{4}$' lang und $10\frac{1}{2}$' breit, welches ist sein Flächeninhalt? 470) Eine Wiese hat die Gestalt eines Trapezoid; die gezogene Diagonale ist $75\frac{1}{2}$' lang, von den zwei gefällten Höhen hat die eine $23\frac{3}{4}$' und die andere $37\frac{3}{5}$', welchen Inhalt haben sie, und wie viel kostet sie, wenn der □' 5 dl. werth ist? 471) Welchen Kubikinhalt hat eine Braupfanne, wenn sie $9\frac{3}{4}$' lang, $7\frac{1}{2}$' breit und $5\frac{3}{4}$' tief ist? und wie viel Maß gehen hinein, wenn der c' $23\frac{11}{43}$ Maß hält? 472) Ein viereckiges Wasser-Reservoir (sprich Reserwoar) hat im Lichten, d. i. von innen gemessen, folgende 3 Ausdehnungen: Länge $12\frac{3}{4}$', Breite $7\frac{1}{2}$' und Tiefe $3\frac{1}{4}$, es frägt sich 1) welchen Kubikinhalt es hat, 2) wie viel Eimer Wasser hineingehen und 3) wie stark der Druck auf den Boden ist, wenn 1c' $44\frac{17}{100}$ wiegt? 473) Welchen Raum nimmt eine $25\frac{3}{4}$' hohe Pyramide ein, deren Grundfläche ein Dreieck ist, welches $5\frac{1}{2}$' zur Grundlinie und $3\frac{1}{4}$' zur Höhe hat? — $\frac{Gfl.H.}{3}$ — 474) Welchen Inhalt hat eine Mauer, welche $37\frac{1}{2}$' lang, $15\frac{3}{4}$' hoch und 1 Stein dick ist? wie viel Steine sind dazu erforderlich, da 1c' $5\frac{3}{10}$ Steine hält? Wie viel Metzen Kalk sind dazu nöthig, wenn 1 Stein $\frac{1}{100}$ Metzen braucht? und wie viel braucht man c' Sand, da man zu 1 Steine $\frac{4}{100}$c' nöthig hat? 475) Ein parallelepipedisch zugehauener Balken von Fichtenholz ist $37\frac{1}{2}$' lang $1\frac{1}{4}$' hoch 9^{dd}" breit, welchen kubischen Inhalt hat er, und wie schwer ist er, wenn der c' $20\frac{3}{10}$ Pf. wiegt? 476) Es wird eine Grube gegraben, welche $3\frac{1}{2}$ Klafter lang, $2\frac{3}{4}$ Klf. breit und $1\frac{1}{4}$ Klf. tief ist, was kostet das Auswerfen, wenn der c' 1 kr. kostet? 477) Was kosten $27\frac{1}{2}$ Pf. Blech, wenn 1 Pf. $\frac{2}{3}$ fl. kostet? 478) Was kosten $5\frac{3}{4}$ Ctr., wenn das Pfund $7\frac{1}{2}$ kr. gilt? 479) Was kosten $7\frac{3}{4}$ Ellen Tuch, wenn die Elle $4\frac{2}{5}$ fl. kostet? 480) Was betragen $350\frac{1}{2}$ Krthl. à $2\frac{7}{10}$ fl.? 481) Jemand verkauft $27\frac{3}{4}$ Pf. Wolle und gewinnt bei jedem $\frac{1}{4}$ fl., welches ist sein Gewinn, und welches wäre sein Verlust, wenn er bei jedem $\frac{1}{3}$ fl. verloren hätte? 482) Ein Poncelet-Rad hat am Umfange $43\frac{3}{4}$', wenn es in einer Minute 30 Umdrehungen macht, welchen Weg legt es in der Stunde zurück?

483) Durch den Hodometer (Wegmesser) werden die Umläufe eines Wagenrades aufgezeichnet; wenn nun die Radperipherie $10\frac{3}{4}'$ beträgt und $3425\frac{1}{2}$ Umläufe notirt werden, welcher Weg wird zurückgelegt?

484) Der Druck der Luft in Pf. auf eine Fläche wird bestimmt, wenn man die Fläche in □" angibt, und diesen Inhalt mit $10\frac{1}{2}$ multiplicirt, da die Luft mit $10\frac{1}{2}$ Pf. auf einen □" drückt; z. B.: Wie groß ist der Druck der Luft, wenn sie die Quecksilbersäule in der Barometer-Röhre auf $30\frac{5}{100}''$ hinauftreibt, wie es im Durchschnitte der Fall ist, auf eine Fläche, welche 12" lang und 12" breit ist, mithin auf einen □'? — □". $10\frac{1}{2}$ —; $12 . 12 . \frac{21}{2} = 6 . 12 . 21 = 1512$ Pf., wie viel Ctr.? und wie viel Ctr. auf einen mittelmäßig großen Mann von 18□'?

485) Welchen Druck bewirkt die Luft auf einen Recipienten von $1\frac{1}{2}$□', d. i. auf einen über den Teller der Luftpumpe gestellten Sturz, der gewöhnlich von Glas ist, und die Gestalt einer Paraboloide Fig. 37 hat?

486) Der Druck des Dampfes in Loth auf eine Fläche, welche in □" angegeben ist, wird berechnet, wenn man die □" mit der Höhe in Zollen, so weit nämlich der Dampf die Quecksilbersäule in der Röhre emportreibt, und diesen kubischen Inhalt mit 11 Lth. multiplicirt, weil 1ddc" Quecksilber 11 Lth. wiegt. — □". h. 11 Lth. Z. B. Welchen Druck übt der Dampf auf eine Fläche, welche $27\frac{1}{2}''$ lang und $14\frac{3}{4}''$ breit ist, und die Quecksilbersäule 90" hoch steht? $= 27\frac{1}{2} . 14\frac{3}{4} . 90 . 11$ Lth., wie viel Ctr.? 487) Welchen Druck äußert der Dampf auf die Kolbenfläche von 163□", bei einer Spannkraft von 96"? — □". 96. 11 Lth. —

488) Die Dampfkraft wird aber nicht nur durch die Höhe der Quecksilbersäule gemessen, sondern auch durch die Vergleichung mit dem Luftdrucke, und man sagt dann, sie ist 1, 2, 3, 4, n Athmosphären gleich. Die Berechnung geht in diesem Falle wie folgt: Man bestimme die Fläche in □", multiplicire sie mit der Anzahl der Athmosphären und dann mit $10\frac{1}{2}$ Pf., weil der Luftdruck auf 1□" $10\frac{1}{2}$ Pf. beträgt.

489) Mit welcher Kraft drückt der Dampf bei einer Spannkraft von $2\frac{1}{2}$ Athmosphären auf eine Fläche, welche 3' lang und 2' breit ist? — □". n $10\frac{1}{2}$ Pf. $= 36 . 24 . \frac{5}{2} . \frac{21}{2} = 9 . 24 . 5 . 21 = 22680$ Pf., wie viel Ctr.?

490) Ein geschlossenes Kreuzgewölbe besteht aus 8 Viertelwalzenabschnitten. Die Oberfläche eines solchen Abschnittes wird gefunden, wenn man den Halbmesser mit der Länge multiplicirt, oder wenn man, das Gewölbe ausgeführt angesehen, Fig. 38, den lichten Halbmesser (dazu noch die halbe Steindicke gerechnet) mit der Länge, d. i. bis zum Punkte, wo sich die 4 Gräthe schneiden, multiplicirt. Diesen Flächeninhalt nimmt man 8 mal, im Falle die Grundfläche ein Quadrat ist, und multiplicirt das Product noch mit der Gewölbedicke. Kürzer verfährt man wohl so: man nimmt die Grundfläche 2 mal und multiplicirt dieses Product mit der Dicke des Gewölbes. Diese Berechnungsart findet auch in den Fällen statt, wenn die Grundfläche kein Quadrat ist, z. B. Welchen kubischen Inhalt hat ein geschlossenes Kreuzgewölbe, welches einen lichten Durchmesser von 12′ hat, wovon die Breite 15′ und die Dicke 2′ beträgt? — 13.16.2.2 —

491) Welchen Inhalt hat ein geschlossenes Kreuzgewölbe, wenn es einen 15′ lichten Durchmesser, eine Weite von 12′ und eine Dicke von 2′ hat?

492) Brüche werden resolvirt, d. i. in Sorten von niedrigeren Einheiten verwandelt, wenn man den Zähler mit der Reductionszahl oder mit dem Producte der Reductionszahlen multiplicirt und den Nenner ungeändert darunter schreibt, z. B. $\frac{3}{4}$ Ctr. in Pf. $= \frac{3 \cdot 100}{4} = \frac{300}{4} = 75$ Pf.; $\frac{3}{4}$ Ctr. in Qu. $\frac{3 \cdot 100 \cdot 32 \cdot 4}{4} = 3 \cdot 100 \cdot 32 = 9600$ Qu.

493) Was geben 1) $\frac{3}{7}$ fl. 2) $\frac{5}{8}$ fl. 3) $\frac{5}{48}$ fl. $\frac{11}{16}$ fl. in Sorten niedrigerer Einheiten aufgelöst?

494) Was geben a) $\frac{5}{54}\square'$ b) $\frac{3}{28}\square'$ c) $\frac{27}{85}\square'$ in $\square''$ und $\square'''$ verwandelt?

495) Was geben a) $\frac{7}{32}c'$ b) $\frac{15}{74}c'$ c) $\frac{73}{317}c'$ in c'' und c''' aufgelöst?

496) Was geben 1) $\frac{3}{7}^{0}$ 2) $\frac{3}{8}'$ in die darin enthaltenen niedrigern Einheiten des Duodezimalmaßes aufgelöst?

Division.

497) Brüche werden dividirt, wenn man das Product des Zählers des ersten Bruches in den Nenner des zweiten Bruches als Zähler anschreibt, und das Product des Zählers des zweiten Bruches in den Nenner des ersten Bruches als Nenner darunter setzt, oder übers Kreuz multiplicirt. Z.

B. $\frac{3}{4} : \frac{5}{6} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$. Der Grund dieses Verfahrens ist wohl einzusehen, denn läßt man einstweilen 6 weg und dividirt $\frac{3}{4}$ durch 5, so hat man nach 436, $\frac{3}{20}$, nun aber soll nicht mit 5, sondern nur mit dem sechsten Theile von 5 dividirt werden, so ist offenbar $\frac{3}{20}$ 6 mal zu klein, also nach 432, $\frac{18}{20}$. Die Beweisführung kann auch in folgender Weise geschehen: So wie die Multiplication nur eine abgekürzte Addition ist, denn statt $4 . 3 = 12$ kann man $4 + 4 + 4$ setzen, d. i. nach 123 4 so oft, als die andere Einheiten hat; ebenso ist die Division eine abgekürzte Subtraction, denn statt $12 : 4 = 3$, kann man setzen: 1) $12 - 4 = 8$, 2) $8 - 4 = 4$, 3) $4 - 4 = 0$, d. i. nach 456, suchen, wie oft 4 in 12 enthalten ist. Nun muß man bei der Subtraction der Brüche nach 456 die Brüche unter einerlei Nenner bringen, und die Zähler ohne Berücksichtigung des Nenners abziehen; da die Zähler eigentlich nur die Zahlen und die Nenner nur den Namen vorstellen, gerade so wie bei benannten Zahlen, z. B. 7 fl., 7 die Zahl ist und fl. der Name; so muß auch bei der Division die Gleichbenennung vorangehen, alsdann kann ohne weitere Berücksichtigung der Nenner untersucht werden, wie oft der Zähler vom andern kann abgezogen werden, oder wie oft der eine im andern enthalten ist, z. B. $\frac{3}{4} : \frac{5}{6} = \frac{18}{24} : \frac{20}{24} = 18 : 20 = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$, also gilt auch hier die angegebene Regel der Multiplication übers Kreuz. Aus diesen angeführten Beweisgründen geht auch hervor, daß der Quotient immer größer wird als der Dividend ist, z. B. $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$, denn wenn man $\frac{1}{2}$ mit 1 getheilt hätte, so würde wieder $\frac{1}{2}$ zum Vorschein gekommen seyn, da man aber nur mit dem dritten Theile von 1 theilt, so muß natürlich mehr als $\frac{1}{2}$ herauskommen, weil der Quotient um so größer werden muß, je kleiner der Divisor bei gleichen Dividenden ist, als $24 : 12 = 2$ und $24 : 6 = 4$ und $24 : 3 = 8$ und $24 : 2 = 12$.

498) Man dividire folgende Brüche: 1) $\frac{3}{5} : \frac{7}{8}$; 2) $\frac{9}{10} : \frac{3}{5}$; 3) $\frac{7}{9} : \frac{4}{7}$; 4) $\frac{9}{20} : \frac{7}{33}$; 5) $\frac{387}{575} : \frac{78}{117}$.

499) Brüche werden mit Ganzen Zahlen dividirt, wenn man 436 beachtet, auch kann man die Ganzen durch den Nenner 1 bruchartig anschreiben, und verfahren wie vorher, z. B. $\frac{6}{9} : 3 = \frac{6 : 3}{9} = \frac{2}{9}$ oder $\frac{6}{9 . 3} = \frac{6}{27}$ oder $\frac{6}{9} : \frac{3}{1} = \frac{6}{27} = \frac{2}{9}$ das bequemste und leichteste ist also die Division des Zählers und der Ganzen, wo es angeht.

500) Man dividire 1) $\frac{4}{5} : 4$, 2) $\frac{7}{9} : 7$, 3) $\frac{9}{10} : 5$, 4) $\frac{29}{37} : 5$.

501) Ganze werden durch Brüche dividirt, wenn man die Ganzen bruchartig anschreibt, z. B. $7:\frac{3}{8}=\frac{7}{1}:\frac{3}{8}=\frac{56}{3}=18\frac{2}{3}$. Es ist zu bemerken, daß man, wo es angeht, mit großem Vortheile Zähler und Zähler, und Nenner und Nenner aufheben darf. $7:\frac{28}{35}=1:\frac{4}{35}=\frac{35}{4}=8\frac{3}{4}$.

502) Man dividire 1) $7:\frac{5}{8}$, 2) $28:\frac{7}{9}$, 3) $36:\frac{12}{13}$, 4) $4:\frac{12}{17}$, 5) $\frac{49}{52}:\frac{7}{12}$, 6) $\frac{33}{34}:\frac{11}{17}$, 7) $\frac{19}{24}:\frac{5}{12}$, 8) $\frac{4}{28}:\frac{5}{7}$, 9) $\frac{5}{6}:\frac{15}{17}$. 503) Gemischte Brüche werden zuerst in unächte verwandelt, und dann wie sonst dividirt, z. B. $3\frac{1}{2}:\frac{4}{7}=\frac{7}{2}:\frac{4}{7}=\frac{49}{8}=6\frac{1}{8}$.

504) Einen wesentlichen Vortheil gewährt folgendes kürzere Verfahren zu dividiren, und zwar in dem Falle, wenn der Divisor nur einziffrig ist, z. B. 788130 soll durch 8 getheilt werden. $\not{7}8^6\not{4}\not{1}\not{3}^5\not{0}^2=98016\frac{2}{8}$, es wird nämlich der Divisor in Gedanken behalten und dividirt, die Producte werden in Gedanken abgezogen und die Reste ober den Dividend angeschrieben und beide nach geschehener Division und Abziehung durchstrichen.

505) Man dividire 1) $5\frac{7}{8}:\frac{5}{9}$, 2) $\frac{4}{5}:3\frac{7}{8}$, 3) $6\frac{1}{2}:7\frac{3}{4}$, 4) $9\frac{5}{8}:7\frac{3}{8}$, 5) $24\frac{3}{5}:93\frac{4}{13}$, 6) $101\frac{3}{28}:102\frac{6}{64}$.

506) Auf einen viereckigen Getreidboden wird Getreide $\frac{3}{4}'$ hoch aufgeschüttet, der Boden ist 35′ lang und 18′ breit, wie viel sind es Schäffel, wenn 1 Schfl. $8\frac{17}{18}c'$ hat.

507) Zu einem Hemde braucht man $3\frac{1}{4}$ Ellen, wie viel kann man aus einem Stücke von $45\frac{3}{5}$ Ellen schneiden?

508) Ein Baumstamm ist $54\frac{1}{2}'$ lang, wie viele Scheiterlängen gibt er?

509) Wie viel Pfund Zucker bekommt man um 12 fl. 30 kr., wenn das Pfund $30\frac{1}{2}$ kr. kostet?

510) Wie viel Pfund Kaffee bekömmt man um 3 fl. $38\frac{2}{3}$ kr., wenn das Pfund 48 kr. kostet?

511) Die Elle kostet $3\frac{3}{4}$ fl., wie viel bekömmt man für $36\frac{1}{2}$ fl.?

512) Ein Hufeisen wiegt $1\frac{3}{4}$ Pf., wie viel können aus $55\frac{3}{4}$ Pf. geschmiedet werden?

513) Bayern hat eine Bevölkerung von 4,370900 und einen Flächeninhalt von $1400\frac{1}{2}$ □ Meilen, wie viel Seelen treffen auf 1 □ Meile?

514) Die Bouteille hält $\frac{3}{4}$ Maß, wie viel Bouteilles können von einem Eimer abgezogen werden?

515) Wie viel Erben können sich in die Summe von $2031\frac{3}{4}$ fl. theilen, wenn Einer $507\frac{15}{16}$ fl. erhalten soll?

516) Ich hätte $325\frac{3}{4}$ fl., wenn ich $15\frac{4}{5}$ mal so viel hätte, als ich wirklich habe, wie viel habe ich in der Tasche?

517) Wird er noch $3\frac{1}{2}$ mal so alt, als jetzt, so ist er $37\frac{3}{4}$ Jahr alt, wie alt ist er gegenwärtig?

518) *Brüche werden reducirt*, d. i. die Sorten niederer Einheiten werden in Sorten höherer Einheiten verwandelt, wenn man den Nenner mit der Reductionszahl oder mit dem Producte der Reductionszahlen multiplicirt und den Zähler ungeändert läßt, z. B. $\frac{3}{5}$ Pf. $= \frac{3}{5 \cdot 100} = \frac{3}{500}$ Ctr.; $\frac{3}{5}$ Lth. $= \frac{3}{5 \cdot 32 \cdot 100} = \frac{3}{16000}$ Ctr.

519) Was geben 1) $\frac{724}{735}c''$; 2) $\frac{37}{345}c'''$; 3) $\frac{323}{456}c''$ 4) $\frac{3}{4}c''$ und $\frac{27}{69}c'''$ Duodezimalmaß in c' ausgedrückt?

520) Was geben 1) $\frac{9}{10}$ kr.; 2) $3\frac{3}{4}$ kr.; 3) $9\frac{3}{4}$ kr.; 4) $\frac{7}{8}$ kr.; 5) $\frac{3}{4}$ dl.; 6) $1\frac{1}{2}$ hl. in fl. ausgedrückt?

521) *Die Schraube* besteht aus der Schraubenspindel und Schraubenmutter. Wenn man um einen Cylinder ein rechteckiges in Papier ausgeschnittenes Dreieck legt, so legt sich die Basis ab, Fig. 39, um die Peripherie des Cylinders, die Hypothenuse windet sich schief herum; wenn man so fort dasselbe Dreieck über einander legt, so bildet die schiefe Linie die Schraubenlinie; denkt man sich dieser Linie entlang ein dreiseitiges Prisma oder ein Parallelepipedon und zwar entweder an der äußern Fläche des Cylinders oder an der innern hohlen, so hat man die Schraubenspindel und die Schraubenmutter. Die Erhöhungen aber werden in der Wirklichkeit an den Cylindern eingeschnitten. Die Schraube heißt scharfgängig, wie die Schraubenspindel der in Fig. 34 gezeichneten Presse zeigt, wenn ein dreiseitiges Prisma Fig. 15 herumgelegt, und flachgängig, wenn bei der Bildung ein Parallelepipedon, Fig. 5, zu Grunde gelegt wird. Letztere sind viel stärker, erstere werden in der Regel gebraucht, wenn eine ausgeschnitten werden soll. Seltener sind die rundgängigen, hier wird bei der Bildung ein Cylinder vorausgesetzt. Größtentheils ist die Kraft am Kopfe der Spindel wirkend; darin ist entweder ein Schnitt zu einem Schraubenzieher angebracht, oder daran sind Flügel, oder durch denselben geht eine Stange rc., oder auch der Kopf, oder mehren Theils die Schraubenmutter ist vier- oder mehreckig gearbeitet, um durch einen

Schraubenschlüssel bewegt zu werden. Die Windung geht immer rechts, wenn nicht ein Losdrehen zu befürchten ist, in diesem Falle ist die Schraube links gewunden, wie die Büchse an der Wagenachse. Die Schraubenweite ist die Entfernung je zweier Erhöhungen am Cylinder; die Kraft brschreibt immer eine Kreislinie, die um so größer wird, je größer der Hebelarm, z. B. der Schraubenschlüssel ist; diese Linie findet man, wenn man den Duchmesser des Hebels mit $3\frac{14}{100}$ multiplicirt, (nicht aber den Halbmesser desselben, wie er gewöhnlich vorhanden ist), oder man nimmt den Halbmesser 2 mal. Die Kraft ohne Rücksicht auf Reibung wird gefunden, wenn man die Last mit der Schraubenweite multiplicirt und durch die Kreislinie dividirt, z. B.: Eine Kraft soll einer Last von 100 Pf. das Gleichgewicht halten, wenn die Schraubenweite $\frac{1}{4}''$ und der Hebelarm, wie Fig. 34 ab, $2\frac{1}{2}'$ beträgt? — $\frac{L.\,h}{2\,a\,\pi}$ — wenn L die Last, h die Schraubenweite, a den Kraftarm und π $3\frac{14}{100}$ bedeutet, also $\frac{1000 \cdot \frac{1}{4}}{2 \cdot 30'' \cdot 3\frac{14}{100}} = \frac{1000}{4} : \frac{60 \cdot 314}{100}$

$= \frac{1000}{4} : \frac{18840}{100} = 250 : \frac{1884}{10} = 2500 : 1884 = 1884 | 2500$

$$\begin{array}{r} 1884 \\ \hline 616 \end{array}$$

$= 1\frac{616}{1884} = 1\frac{154}{471}$ Pf.

Soll man in diesem Beispiele die Last suchen, so verfahre nach — $\frac{K.\,2\,a\,\pi}{h}$ —; $\frac{1\frac{154}{471} \cdot 2 \cdot 30 \cdot 3\frac{14}{100}}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{625}{471} \cdot 60 \cdot \frac{314}{100}}{\frac{1}{4}} =$

$\frac{\frac{625}{471} \cdot 6 \cdot \frac{157}{5}}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{125}{471} \cdot 6 \cdot 157}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{125}{157} \cdot 2 \cdot 157}{\frac{1}{4}} = \frac{125 \cdot 2}{\frac{1}{4}}$

$= 250 : \frac{1}{4} = 1000$ Pf.

522) Welche Last kann ein Mann mit einer Kraftäußerung von 80 Pf. an einer Presse mit einem 3' langen Hebel niedergepreßt erhalten, wenn die Schraubenweite 1' beträgt?

523) Es soll mittelst einer großen Schraube ein Balken, worauf Mauerwerk ruht, aufgeschraubt werden. Wenn nun 5 Mann mit einem 5' langen Hebel die Last einige Zeit halten können, wie groß wird sie seyn, wenn ein Mann 100 Pf. Kraft entwickelt und die Schraubenweite $1\frac{1}{2}''$ beträgt?

524) Die Schraube ohne Ende ist eine Verbindung eines Wellrades mit einer Schraubenspindel, woran eine Kur-

bel und Zapfen angebracht sind, und wovon einige Schraubengänge in das gezahnte Wellrad eingreifen, Fig. 35, mittelst dieser Schraube kann man unendlich große Lasten heben, die Bewegung aber geht sehr langsam. Die Kraft findet man, wenn man die Last mit dem Producte der Schraubenweite in den Wellenhalbmesser multiplicirt und durch das Product aus der Kreislinie in den Radhalbmesser dividirt — $\frac{L. h. r}{2 a \pi. R.}$ — wenn r den Wellen- und R den Radhalbmesser und a die Kurbellänge bedeutet, und h die Schraubenweite. Z. B. Welche Kraft kann einer Last von 1000 Pf. das Gleichgewicht halten, wenn die Kurbellänge 6″, die Schraubenweite 1‴, der Raddurchmesser 16″ und der Wellendurchmesser 2″ beträgt? $\frac{1000 . \frac{1}{12} . 1}{2 . 6 . \frac{314}{100} . 8} = \frac{\frac{250}{3}}{3 . \frac{314}{25} . 8} = \frac{250}{3} : \frac{7536}{25} = \frac{3125}{11304}$

Die Last wird gefunden nach — $\frac{K. 2 a \pi R}{h . r}$ —, wenn Alles wie im vorigen Beispiele bleibt, und die Kraft $\frac{3125}{11304}$ Pf., wie groß ist die Last?

$$\frac{\frac{3125}{11304} . 2 . 6 . 3\frac{14}{100} . 8}{\frac{1}{12} . 1} = \frac{\frac{3125}{2826} . 2 . 6 . \frac{314}{100} . 2}{\frac{1}{12} . 1} = \frac{\frac{3125}{1413} . 6 . \frac{157}{25}}{\frac{1}{12}}$$

$$\frac{\frac{625}{1413} . 6 . \frac{157}{5}}{\frac{1}{12}} = \frac{\frac{125}{1413} . 6 . 157}{\frac{1}{12}} = \frac{\frac{125}{471} . 2 . 157}{\frac{1}{12}} = \frac{39250}{471} : \frac{1}{12}$$

$\frac{471000}{471} = 1000$ Pf.

525) Welche Kraft hält an einer Schraube ohne Ende einer Last von 10000 Pf. das Gleichgewicht, wenn die Kurbellänge 14′, die Schraubenweite $\frac{3}{4}$″, der Radhalbmesser 3′ und jener der Welle 3″ beträgt?

526) Welche Last hält einer Kraft von 50 Pf. das Gleichgewicht, wenn die Schraubenweite $\frac{1}{2}$″ der Radhalbmesser $2\frac{3}{4}$′, der Wellendurchmesser 6″ und die Kurbellänge 12″ beträgt?

527) Eine Wagenwinde besteht aus einer gezahnten Stange, welche durch ein an der Kurbel befestigtes Zahngetriebe bewegt wird. So heißt sie einfach; sie heißt zusammengesetzt, Fig. 33, wenn zur größern Ersparung der Kraft noch ein Vorgelege (Vorgericht) angebracht ist, d. i., wenn das Zahngetriebe erst ein Zahnrad bewegt und ein mit diesem verbundenes Zahngetriebe in die gezahnte Stange eingreift. Die Kraft wird gefunden, wie nach 337, wenn man das

Product der Halbmesser der Getriebe mit der Last multiplicirt, und durch das Product des Radhalbmessers in die Kurbellänge dividirt, z. B. Welche Kraft wird erfodert, um einer Last von 20 Ctr. das Gleichgewicht zu halten, wenn der Durchmesser der Getriebe je $1\frac{1}{4}''$ beträgt, der Halbmesser des Rades $6\frac{1}{2}$ und die Kurbellänge $7''$ hat. — $\frac{L.\,r.\,r}{R.\,Kbl.}$ —

$\frac{20 \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8}}{\frac{13}{2} \cdot 7} = \frac{5 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{8}}{\frac{13}{2} \cdot 7} = \frac{125}{16} : \frac{91}{17} = \frac{125}{8} : 91 = \frac{125}{728}$ Ctr. wie viel Pfund? — Die Last findet man, wenn man die Kraft mit dem Producte des Radhalbmessers und die Kurbellänge multiplicirt, und dieses Product durch das Product der Halbmesser der Getriebe dividirt, z. B. Welcher Last hält eine Kraft von 20 Pf. das Gleichgewicht, wenn die Einrichtung des Räderwerkes bleibt, wie im vorigen Falle? — $\frac{L.\,R.\,Kbl.}{r.\,r}$ —

$\frac{20 \cdot \frac{13}{2} \cdot 7}{\frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8}} = \frac{10,13 \cdot 7}{\frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8}} = \frac{130 \cdot 7}{\frac{25}{64}} = 910 \frac{25}{64} = 2329\frac{3}{5}$ Pf.

528) Welche Kraft hält der Last von 25 Ctr. das Gleichgewicht an einer Winde, wenn die Halbmesser der Getriebe $\frac{1}{2}''$ und die Halbmesser des Rades und der Kurbel je $7\frac{3}{4}''$ betragen?

529) Welche Kraft ist erforderlich, um an einer einfachen Winde einer Last von 6 Ctr. das Gleichgewicht zu halten, wenn der Halbmesser des Getriebes $\frac{1}{2}''$ lang und der Halbmesser der Kurbel $8''$ lang ist?

530) **Bruchsbrüche** können durch die Regel der Division mit Brüchen in einfache verwandelt werden. Es gibt deren einfach gebrochene, als $\frac{\frac{1}{2}}{4}$ d. i. vom Viertel ein Halbes, was also 1 Achtel vom Ganzen ist; bei $\frac{\frac{1}{2}}{4}$ ist gefordert, $\frac{1}{2}$ soll durch 4 getheilt werden, als: $\frac{1}{2} : 4 = \frac{1}{8}$; oder doppelt gebrochene, als $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$, welches heißt, ein Halbes von drei Viertel oder $\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$; oder gemischt gebrochene, als $\frac{7\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$, was heißt $7\frac{1}{2}$ von $\frac{3}{4}$ oder $7\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{15}{2} : \frac{3}{4} = \frac{60}{6} = 10$.

531) Was geben 1) $1\frac{2}{3}$ Viertel von 150; 2) $3\frac{1}{2}$ Drittel von 10000; 3) $1\frac{1}{2}$ Drittel von 30?

532) Die Auflösungen von solchen Brüchen, wobei man das Zusammengehörige durch dickere Striche oder durch Klammern bezeichnet, haben nun keine Schwierigkeit, als $\frac{6\frac{2}{3}}{\frac{4}{5}}$ oder $\frac{(6\frac{2}{3})}{(\frac{4}{5})} = \frac{25}{3} : \frac{4}{5} = \frac{5}{3} : \frac{1}{3} = \frac{25}{15} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{8}$. $\frac{(\frac{3}{4})}{(\frac{7}{9})} = ?$

$\frac{(5\frac{1}{2})}{7} = ?$ $\frac{9}{(\frac{3}{4})} = ?$ $\frac{27}{(\frac{4}{5})} = ?$

Probe der Addition und Subtraction.

533) Diese Rechnungsarten dienen sich einander zur Probe. Man läßt nämlich bei der Addition einen Posten aus, zählt die übrigen zusammen, und zieht die neue Summe von der alten ab; der abgestrichene Posten muß herauskommen, z. B. $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{18 + 20 + 16 + 12}{24} = \frac{66}{24} = 2\frac{18}{24} = 2\frac{3}{4}$.

Probe $\frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{9 + 8 + 6}{12} = \frac{23}{12} = 1\frac{11}{12}$, also $2\frac{3}{4} - 1\frac{11}{12}$ $= \frac{3}{4} - \frac{11}{12} = \frac{\overset{(84)}{36} - 44}{48} = \frac{40}{48} = \frac{5}{6}$, man kann auch die Probe in der Weise machen, daß man alle neuen Zähler der Reihe nach vom Zähler 66 abzieht, bleibt 0, so ist die Rechnung richtig, als: $66 - 12 = 54$; $54 - 16 = 38$; $38 - 20 = 18$; $18 - 18 = 0$. Diese Abziehungs-Probe kann man auch bei jeder Addition machen, als: $2584 + 378 + 98 = 3060$; $3060 - 2584 = 476$; $476 - 378 = 98$; $98 - 98 = 0$.

534) Die Probe der Subtraction besteht darin, daß man den Rest zum Subtractor addirt, wobei der Subtrahend herauskommt; der Grund davon ist, weil der Rest gerade so viel ausmacht, als der Subtrahend größer ist, als der Subtractor, daher Rest und Subtractor dem Subtrahend gleich seyn müssen, z. B. $\frac{3}{4} - \frac{2}{5} = \frac{15 - 8}{20} = \frac{7}{20} + \frac{2}{5} = \frac{35 + 40}{100} = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$.

dienen sich gleichfalls gegenseitig zur Probe.

535) Die Probe der Multiplication geschieht in der Weise, daß man das Product durch einen der Faktoren theilt, wodurch der andere herauskommt, siehe 160. Z. B.: $\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{5} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$; $\frac{3}{10} : \frac{4}{5} = \frac{3}{2} : \frac{4}{1} = \frac{3}{8}$ oder $\frac{3}{10} : \frac{3}{8} = \frac{3}{5} : \frac{3}{4} = \frac{1}{5} : \frac{1}{4} = \frac{4}{5}$.

536) Ob man aber überhaupt Zahl mit Zahl richtig multiplicirt hat, (s. 63 u. ff.) kann man durch die Kreuz- oder Neunerprobe sich wohl auch überzeugen, jedoch nicht ganz zuverlässig, weil man sich leicht über 9 hätte überrechnen, oder mit Zusätzen von Nullen irren können. Das Verfahren ist so, daß

c

man a×b macht, vom Multiplicand immer die Ziffern zu-

d

sammenzählt, und jedesmal 9 von der Summe abzieht, die über 9 geht (vorhandene Neuner werden bei der Summirung übergangen); den erhaltenen Rest setzt man in den Winkel a; in den gegenüberstehenden b setzt man den Rest aus dem Multiplicator; die beiden Zahlen werden multiplicirt und durch 9 dividirt, wenn das Product größer als 8 ist, der Rest hievon, nicht der Quotient, wird in den Scheitelwinkel c gesetzt. Mit dem Producte verfährt man ebenso, und ist der Rest gleich der Zahl im Scheitelwinkel c, so wurde richtig multiplicirt, z. B. $\frac{315}{728} \cdot \frac{593}{617} = \frac{188595}{449176}$. Die Zähler wurden

c)
0

richtig multiplicirt, denn — a) 0×8 (b —, man behandle zuerst

0
(d

den Zähler 315 wie folgt: $5 + 1 = 6$; $6 + 3 = 9$; $9 - 9 = 0$, und setze 0 in den Winkel a; man behandle ferner so den Zähler 593: $3 + 5 = 8$ (der Neuner wird übergangen), und setze 8 in den Winkel b; $0 \cdot 8 = 0$, welche in den Winkel c gesetzt wird. Nun behandle das Product 188595, nämlich $5 + 5 = 10$; $10 - 9 = 1$; $9 - 9 = 0$; $0 + 8 = 8$; $8 + 1 = 9$; $9 - 9 = 0$, also der Rest gleich dem Reste im Winkel c. Behandle ebenso auch die Nenner, um zu sehen, ob das Product richtig ist.

537) Man multiplicire die Brüche 1) $\frac{7}{8}$ und $\frac{8}{9}$; 2) $\frac{23}{27} \cdot \frac{47}{83}$; 3) $\frac{137}{328} \cdot \frac{167}{309}$ und mache dann die Probe.

538) Man multiplicire 1) 378.598, 2) 3789.598, 3) 9789.7386, 4) 7829.456 und mache die Kreuzprobe.

536) Die Probe der Division geschieht durch die Multiplication, indem man den Quotient mit dem Divisor multiplicirt, wobei der Dividend zum Vorschein kommen muß, siehe 165, z. B., $\frac{3}{5}:\frac{5}{6}=\frac{18}{25}$; die Probe: $\frac{18}{25}\cdot\frac{5}{6}=\frac{90}{150}=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$.

537) Man kann auch hier von der Kreuzprobe bei der Division ganzer Zahlen Erwähnung thun, nämlich man dividire 398|97456 $=244\frac{344}{398}$, und behandle zuerst den Divisor, wie gezeigt wurde, man erhält 2×, dann verfahre mit dem Quotient ebenso, man erhät 2×1, nun multiplicirt man 1.2 = 2, (wäre mehr herausgekommen, so hätte man mit 9 getheilt und den Rest zur weitern Behandlung genommen), 2 wird zum Reste 344 gezählt = 346, und nach bekannter Weise wieder verfahren, wodurch 4 erscheint, welches angeschrieben wird, wie folgt: $\overset{4}{2\times 1}$, zuletzt wird der Rest vom Dividend bestimmt, und ist er 4. so wurde richtig dividirt, er ist hier wirklich 4 und es ist sohin: $\overset{4}{\underset{4}{2\times 1}}$.

540) Man dividire die Brüche: 1) $\frac{28}{29}:\frac{5}{8}$, 2) $\frac{13}{27}:\frac{12}{34}$, 3) $\frac{7}{8}:\frac{3}{4}$, 4) $\frac{7}{9}:\frac{14}{15}$, und mache die Probe.

541) Man dividire: 1) 729:97, 2) 3784:963, 3) 97825:7283, 4) 7896789: 387, und mache die Kreuzprobe.

Die vier Rechnungsarten in allgemeinen Zahlen.

542) Statt der besondern Zahlen, d. i. Zahlen in Ziffern, kann man allgemeine Zahlen, d. i. Buchstaben setzen, Da man aber mit Buchstaben nicht wirklich rechnet, so kann man das Verfahren der Rechnungsweise nur durch bekannte Zeichen anzeigen. Durch dieses bloße Anzeigen des Verfahrens der Rechnungsart wird die Rechnung selbst zur klaren Uebersicht hingestellt, und man darf für die Buchstaben nur die besondern Zahlen setzen, d. i. sie substituiren. Dieselben Buchstaben bedeuten immer dieselbe Zahl, z. B.: $a+b+c+d+a+b$; ist $a=35$, $b=60$, $c=100$, $d=70$, so hat man die Summanden $35+60+100+70+35+60=360$. Ist gegeben $a-b$ und bedeutet a 55 und

b 49, so wird: $55-49=6$. Hat man ferner $a.b.c$, und bedeutet a 3, b 5 und c 6, so wird: $3.5.6=90$. Ist endlich gegeben $\frac{a.b}{c}$, und bedeutet a 7, b 8 und c 4, so hat man $\frac{7.8}{4}=\frac{56}{4}=14$.

543) Die Zahl, welche vor einer Größe steht, und angibt, wie oft sie genommen werden soll, heißt Coefficient, z. B. 3a, heißt: a soll 3mal genommen werden, ist daher $a=100$, so hat man $3.100=300$.

544) Gleichartige Größen, die gegen einander eine solche Beziehung haben, daß sie sich gegenseitig vermindern oder ganz aufheben, heißen entgegengesetzte Größen. Die einen nennt man positive, die andern negative Größen, die erstern haben das Zeichen +, die andern — vor sich. Am Anfange bleibt + weg. Z. B. vermindern Vermögen und Schulden einander, 30 fl. Vermögen und 20 fl. Schulden $=30-20=10$. Ebenso heben sich Gewinn und Verlust gegenseitig auf, z. B. 17 fl. Gewinn und 14 fl. Verlust = 3 fl. Gewinn, Ueberschuß. Aufheben sich ferner: Vorwärtsgehen und Rückwärtsgehen, Erhöhungen und Vertiefungen ꝛc.

545) Stehen in demselben Beispiele theils negative, theils positive Größen, so werden sowohl die positiven für sich addirt, als auch die negativen und die Summen von einander abgezogen, der Ueberschuß ist entweder positiv oder negativ, z. B. Ein Spieler hat zuerst 7 fl. gewonnen, dann 14 fl. verloren, ferner wieder 8 fl. gewonnen und wieder 9 fl. verloren, endlich 27 fl. verloren, und zuletzt 13 fl. gewonnen, wie viel hat er im Ganzen gewonnen oder verloren? Man setze an: $7-14+8-9-27+13=28-50=22$, mithin 22 fl. Verlurst.

546) Jemand reist auf derselben Landstraße zuerst 50 Meilen vorwärts, dann wieder 26 Stunden zurück, dann abermals 37 Meilen vorwärts und endlich wieder 45 Stunden zurück, wie weit ist er am Ende von dem Orte weg, von wo aus er abgereist ist.

547) Nivelliren heißt bestimmen, um wie viel tiefer oder höher ein Ort liegt in Bezug auf einen andern. Man bedient sich dazu gewöhnlich der Kanalwage, bestehend aus 2 communizirenden Röhren, in welche färbiges Wasser gegossen

wird, und einem Stativ. Dazu gehören 2 Latten mit beweglichen färbigen Tafeln, um letztere auf den in Fußen 2c. eingetheilten senkrechten Latten auf- und abschieben zu können. Fig. 40.

548) Man hat an Hügeln. hin gemessen und gefunden, 1) $+3'$ 2) $+2\frac{1}{2}$ 3) $-4\frac{3}{4}'$ 4) $+5\frac{1}{2}'$ 5) $-2\frac{1}{2}'$ 6) $-1'$ 7) $+5\frac{3}{4}'$ 8) $+1\frac{1}{4}'$ 9) $-2\frac{3}{4}'$ 10) $+7''$; könnte dahin Wasser gebracht werden und warum?

549) Es wurde von einem Orte zum andern nivellirt und es ergaben sich folgende Resultate: 1) $+3'$, 2) $-3\frac{1}{2}'$, 3) $+1'$, 4) $-2\frac{1}{3}'$, 5) $+8''$, 6) $-3\frac{1}{4}'$, um wie viel tiefer liegt der fragliche Ort?

550) Auf einen Körper wirken in der nämlichen Richtung 3 Kräfte ein, die eine mit 5 Pf., die andere mit 10 Pf. und die dritte mit 15 Pf. Wenn jedes Pfund dem getroffenen Körper 3' Geschwindigkeit bewirkt, mit wie viel Fuß bewegt sich dann derselbe durch die Einwirkung sämmtlicher Kräfte?

551) Wirkt eine Kraft mit 5 Pf. von der Richtung ab, Fig. 41, auf den Körper C, und eine andere von der Richtung df mit 8 Pf.; wenn sich nun beide Kräfte nach dem Mittelpunkte des Körpers bewegen, so frägt sich, in welcher Richtung und mit welchem Ueberschuße der Kraft sich der Körper nach dem Stoße bewegen müsse?

552) Durch die Klammern werden Größen zu einem Ganzen verbunden, dessen Inhalt für sich allein besteht. Sind erst die Größen in den Klammern nach ihrem Zeichen verbunden, so können sie mit den übrigen in angezeigter Art in Verbindung kommen, z. B. $\frac{(10-2) \cdot 6}{2} = \frac{8 \cdot 6}{2} = \frac{48}{2} = 24$, allgemein ausgedrückt: $\frac{a-b \cdot d}{c}$ oder $\frac{(a-b) \cdot d}{c}$.

553) Ein Trapez, Fig. 36, ist eine Fläche von 4 Seiten eingeschlossen, wovon 2 gegenüberliegende parallel sind. Der Inhalt des Trapezes wird bestimmt, wenn man die parallelen Seiten als Grundlinien addirt, die Summe durch die Höhe, d. i. die Senkrechte auf sie, multiplicirt und das Product durch 2 dividirt. Die Aufgabe könnte auch durch 2 Dreiecke gelöst werden. Z. B. Welchen Inhalt hat die Seitenfläche eines Walmdaches, wenn der First 40' und die damit parallele Seite 70' lang ist. Die Spar-

renlänge aber 20′ beträgt? — $\frac{a+b}{2}.d$ —; $\frac{40+70}{2}.20$ $=\frac{110.20}{2}=110.10=1100$ □′, wie viel braucht man zu dieser Seitenfläche Taschen, wenn 1 □′ $2\frac{93}{100}$ Taschen erfordert, im Falle 7″ weit gelattet wird?

554) Welches ist der Flächeninhalt des senkrechten Durchschnittes einer geböschten Mauer, Fig. 42, wenn die untere Breite 8′ und deren obere $2\frac{1}{2}$′ und die Höhe 15′ beträgt? — $\frac{G+g}{2}.h$ — welches ist der kubische Inhalt dieser Mauer, wenn sie 40′ lang ist? Wie viel enthält sie Steine, wenn 1 c′ $5\frac{3}{10}$ Stein faßt? Wie viel braucht sie c′ Mörtel, wenn 1 Stein $\frac{44}{1000}$ c′ braucht?

555) Wenn die Länge des Hebels, die Kraft und die Last gegeben sind, so findet man nach folgender Formel die Entfernung des Unterstützungspunktes von den Angriffspunkten der Kraft und Last, nämlich die Länge des Lastarmes — $\frac{l.K}{K+L}$ — und jene der Kraft — $\frac{l.L}{L+K}$ — indem l die Länge des Hebels, L die Last und K die Kraft ausdrückt, z. B.: Ein Hebel ist 12′ lang, die Kraft ist 36 Pf. und die Last 788 Pf., wo muß der Unterstützungspunkt angebracht werden?

556) Es sollen 204 Pf. an einem 18′ langen Hebel getragen werden und zwar von 2 Personen, deren Kräfte sich wie 4 zu 7 verhalten, wie weit von der schwächern Person muß die Last befestigt werden? —

Auflösung. Nachdem auf folgende Art: $11:7=204:x$ die zu tragende Last $129\frac{9}{11}$ Pf und nach : $11:4=204:x$ für den Kleinern die Last $74\frac{2}{11}$ Pf. gefunden wurde, hat man die Formeln wie oben — $\frac{l.L}{L+K}$, wobei L $129\frac{9}{11}$ Pf. bedeutet, u. $k=74\frac{2}{11}$ Pf.

557) Soll jede von mehrern Größen mit der nämlichen Zahl multiplicirt werden, so thut man besser, wenn man zuerst die Größen dividirt und deren Summe multiplicirt. z. B.: $3.5+4.5+7.5=15+20+35=70$ oder $(3+4+7).5=70$, also ist es gleich, ob man die Summanden der Klammer addirt und die Summe mit dem Faktor 5

multiplicirt, oder ob man jeden Summanden mit 5 multiplicirt und die Producte addirt.

558) Der Inhalt der Oberfläche eines senkrechten Prisma, Fig. 15, wird gefunden, wenn man die Seiten der Grundfläche addirt und die Summe mit der Höhe multiplicirt. Zu dem Inhalte dieser Seitenflächen wird noch der Inhalt der beiden Grundflächen addirt, z. B. Welches ist der Inhalt der gesammten Oberfläche eines dreiseitigen Prisma, welches 5′ hoch ist, und dessen Grundfläche von folgenden drei Linien begränzt ist, nämlich die eine hat 3′, die andere 2′ und die dritte $1\frac{3}{4}$′, die größere Linie wird als Grundlinie genommen, und die Senkrechte darauf in den gegenüberliegenden Winkel ist $1\frac{1}{4}$′?

559) Welches ist der Inhalt der Oberfläche einer abgekürzten Pyramide, Fig. 43, welche zur großen Grundfläche eine Trapez hat, wovon die eine parallele Seite (a) $2\frac{3}{4}$′ und die andere (b) $1\frac{1}{2}$′, die eine der beiden andern Linien (c) $2\frac{1}{3}$′ und die andere (d) $2\frac{2}{3}$′ lang ist, und die schiefe Höhe der Pyramide (e) 10′ beträgt, die Senkrechte auf die Parallelen der Grundfläche ist (f), $2\frac{1}{3}$′; die kleine Grundfläche bildet ebenfalls eine Trapez wovon die eine parallele Seite (g) $1\frac{3}{4}$′ die andere (h) $\frac{1}{2}$′, die eine der beiden andern Seiten (i) $1\frac{11}{20}$′ und die andere (k) $1\frac{3}{5}$′ lang ist, die Senkrechte auf die Parallelen ist (l) $1\frac{1}{3}$′? —

$$-\frac{(a+b+c+d+g+h+i+k)e}{2}+\frac{(a+b).f}{2}+\frac{(g+h).l}{2}-$$

Das Resultat wird sohin erhalten, indem man die Perimeter (Umfänge) der beiden Grundflächen addirt, die Summe mit der schiefen Höhe multiplicirt und durch 2 dividirt; die Grundflächen werden eigens ausgerechnet.

560) Den Inhalt der gesammten Oberfläche einer Pyramide, (Fig 16, findet man wieder, wenn man die die Grundfläche umgebenden Seiten addirt, die Summe mit der schiefen Höhe multiplicirt und durch 2 dividirt; diesem Resultate wird noch die Grundfläche addirt, $-\frac{(a+b+c).d}{2}+$ Gfl.

Z. B. Die dreiseitige Pyramide hat von der Spitze bis auf

die Mitte einer Seite der Grundfläche $8\frac{1}{2}'$; die Seiten der Grundfläche haben der Reihe nach a) $1\frac{3}{4}'$, b) $2\frac{1}{2}'$, und c) $2'$ die Senkrechte aber von einem Winkel auf die gegenüberliegende Seite mißt $1\frac{5}{6}'$; welches ist der Inhalt der Gesammtoberfläche?

561) Nun kann auch die in 359 und 363 angegebene Regel begründet werden, wie folgt: 756 ist durch 3 und 9 theilbar. Vermöge des Dezimalsystemes kann man schreiben: $700+50+6$; statt 700 kann man auch setzen 7.100, oder auch $(99+1).7$ oder mit Hinweglassung der Klammer $99.7+7$; nun ist aber 99 durch 3 und 9 theilbar, folglich auch 99.7 als ein Vielfaches; statt 50 kann man setzen 5.10, oder auch $(9+1).5$, oder mit Hinweglassung der Klammer $9.5+5$; es ist aber auch 9 durch 3 und 9 theilbar, folglich auch 9.5 als ein Vielfaches; nun sind noch vorhanden $7+5+6$, welche zusammengelesen die gegebene Zahl selbst bilden, machen dieselben also eine Summe, die mit 3 oder 9 getheilt werden kann, so ist offenbar auch die ganze Zahl theilbar?

562) Warum sind 378, und 7983 durch 3 und 9 theilbar?

563) Reibung an zwei sich berührenden Körpern entsteht dadurch, daß selbst noch so glatte Körper immer Erhöhungen und Vertiefungen haben, die stets in einander greifen. Die Größe der Reibung wird durch die Reibungs-Exponenten, Reibungs-Coefficienten ausgedrückt, der ein Bruch ist, der zum Zähler die zur Einleitung in die Bewegung nöthige Kraft, in einer Zahl ausgedrückt, hat, und zum Nenner den Druck des zu bewegenden Körpers. In dieser Weise wird der Reibungsexponent bestimmt, man legt, Fig. 43, z. B. ein 11 Pf. schweres Stück Eisen auf Kupfer, befestigt am Eisen eine Schnur, läßt diese über eine Rolle gehen und hängt allmählig immer mehr Gewichte daran. Ein Pfund wird die 11 Pfund in Bewegung setzen, es ist also 1 der Zähler und 11 der Nenner, mithin der Reibungs-Exponent $\frac{1}{11}$. Bei dem in 343 gegebenen Beispiele werde die Reibung berücksichtiget und zwar so, daß der Reibungs-Exponent (m genannt) $\frac{1}{10}$ sei, wie das beim harten Holze auf hartem Holze der Fall ist; welche Kraft ist nothwendig um den Ballen von 600 Pf. auf der schiefen Ebene hinaufzubewegen, da die Basis $11\frac{8}{100}$

ist? — $\frac{L.h}{l} + m.\frac{b}{l}.L = \frac{(h + m.b)}{l}L$ —;

$\frac{3 + \frac{1}{10}.11\frac{58}{100}}{12}.600 = \frac{3 + \frac{1158}{1000}}{12}.600 = \frac{4\frac{158}{1000}}{12}.600 =$
$\frac{4158}{1000}:12.600 = \frac{4158}{12000}.600 = \frac{4158}{120}.6 = \frac{4158}{20} = \frac{2079}{10}$
$= 207\frac{9}{10}$ Pf.

562) Wäre in diesem Falle die Kraft 100, wie groß ist die Kraft?

Dezimalbrüche.

564) Brüche, welche zum Nenner 10, 100, 1000, 10000 ꝛc., also immer 1 mit angehängten Nullen haben, heißen Dezimalbrüche. Sie heißen darum so, weil bei ihnen das Dezimalsystem fortgesetzt wird, was bei den gemeinen Brüchen nicht der Fall ist; denn was nach den Einern kömmt heißt 10tel, und ist 10mal kleiner als 1; was darnach kömmt, heißt 100tel, und ist 10mal kleiner als $\frac{1}{10}$, u. s. f. Der Nenner wird hiebei nie angeschrieben, er kann leicht aus dem Platze erkannt werden, den das Komma hat, denn was nach den Ganzen kömmt, welche durch ein Komma, Dezimalstrich genannt, von den Dezimalen abgesondert werden, heißt 10tel, was an der zweiten Stelle steht, heißt 100tel u. s. w. Z. B. 295,378 heißt 295 Ganze, $\frac{378}{1000}$, oder auch gelesen = 295 Ganze, $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{8}{1000}$. Man sieht, daß das Dezimalsystem fortgeht, denn die 6te Stelle bei 2 ist 10mal größer als die 5te bei 9; die 5te 10mal größer als die 4te, die 4te 10mal größer als die 3te, die 3te 10mal größer als die zweite, die 2te 10mal größer als die erste. Sind keine Ganzen vorhanden, dann wird an deren Stelle 0 gesetzt, als: 0,7589.

565) Man sieht, daß im Zähler so viele Ziffern stehen müssen, als der Nenner Nullen hat, kommen aber nicht so viele vor, dann muß man mit Nullen ergänzen, aber links den Ziffern nicht rechts, z. B. $\frac{3}{100} = 0{,}03$; $7\frac{9}{1000} = 7{,}009$; $5\frac{14}{10000} = 5{,}0014$; $27\frac{357}{100000} = 27{,}00357$; $\frac{456}{1000000} = 0{,}000456$; $\frac{2}{1000} = 0{,}002$.

566) Nullen rechts gelten nichts, z. B. 4,70, denn es heißt 4 Ganze, $\frac{7}{10}$ und $\frac{0}{10}$, d. i. kein Hundertel, oder auch

aus dem Grunde, weil, wenn man den Nenner darunterschreibt, man mit 10 verkleinern kann, als $\frac{470}{100} = \frac{47}{10} = 4{,}7$; so auch: $0{,}2700 = 0{,}27$, weil $\frac{2700}{10000} = \frac{270}{1000} = \frac{27}{100} = 0{,}27$.

567) Als Dezimalen werden angeschrieben folgende gemeine Brüche: 1) $\frac{4}{10}$, 2) $\frac{33}{100}$, 3) $\frac{375}{1000}$, 4) $\frac{5670}{10000}$, 5) $\frac{78293}{10000}$, 6) $\frac{789456}{1000000}$, 7) $\frac{24}{1000}$, 8) $\frac{37}{10000}$, 9) $\frac{27}{10}$, 10) $\frac{3788}{10}$, 11) $\frac{3784}{100}$, 12) $\frac{2734}{100}$, 13) $\frac{27}{1000}$, 14) $\frac{2}{100}$, 15) $\frac{63}{10000}$.

568) Ein Dezimalbruch wird durch 10, 100, 1000 rc. multiplicirt, wenn man das Komma um eine, zwei, drei rc. Stellen weiter rechts rückt, z. B. $4{,}25 . 10 = 42{,}5$, denn dadurch ist jede Stelle um 10 größer geworden, aus 100tel wurden 10tel; aus 10tel, Einer, aus Einern Zehner. Reichen die Stellen nicht aus, werden rechts Nullen angesetzt, z. B. $4{,}25 . 1000 = 4250$.

569) Folgende Dezimalen werden multiplicirt: 1) $3{,}56 . 10$, 2) $27{,}689 . 100$, 3) $7{,}8945 . 1000$, 4) $600{,}78 . 1000$, 5) $7{,}89 . 10000$.

570) Ein Dezimalbruch wird mit 10, 100, 1000 rc. dividirt, wenn man das Komma um eine, zwei, drei rc. Stellen weiter links rückt, z. B. $42{,}5 . 10 = 4{,}25$, denn dadurch ist jede Stelle um 10 kleiner geworden. Reichen die Stellen nicht aus, werden links Nullen vorgesetzt, z. B. $42{,}5 : 1000 = 0{,}0425$.

571) Man dividire folgende Brüche: $27{,}3 : 10$, 2) $3{,}18 : 100$, 3) $0{,}3 : 100$, 4) $27{,}38 : 100000$, 5) $278{,}2 : 100$.

572) Aus diesen beiden Verfahrungsarten geht hervor, daß man aus einem gemeinen Bruche Dezimalen bekömmt, wenn man durch den Nenner den Zähler dividirt, nachdem man ihm Nullen angehängt hat, z. B. $\frac{3}{4} = \frac{300}{4} = 0{,}75$, man hat nämlich 3 durch 100 multiplicirt, wodurch der Werth 100 mal vergrößert wurde, um den gleichen Werth zu behalten, muß man wieder mit 100 theilen, d. i. das Komma um 2 Stellen links rücken.

573) Man verwandle in Dezimalen folgende Brüche 1) $\frac{3}{5}$, 2) $\frac{3}{8}$, 3) $\frac{4}{5}$) 4) $\frac{1}{4}$, 5) $\frac{1}{25}$, 6) $\frac{3}{75}$.

574) Geht die Division auf, so ist der Dezimalbruch ein vollständiger oder ein endlicher, geht sie nicht auf, so heißt er ein unendlicher oder ein periodischer, z. B. $\frac{2}{3} = 0{,}66$. Hier ginge die Division nie zu Ende, man hängt dort, wo

man aufhört, einige Punkte an. Das Aufhören findet statt, je nachdem man einen Grad von Genauigkeit erzwecken will; in den meisten Fällen reichen 3 oder höchstens 4 Dezimalen vollkommen aus, und es wäre völlig unnütz mehr zu gebrauchen, z. B. $\frac{2}{3}$ fl. = 0,666, denn 0,6 fl: = 36 kr., dann 0,06 fl. = $3\frac{3}{5}$ kr., endlich 0.006 = 2,88 hl., folglich macht der Dezimalbruch 39 kr, 7,68 hl., welche als 1 hl. anzunehmen sind, wodurch man den vollständigen Werth von $\frac{2}{3}$ fl. d. i. 40 kr. erhält.

575) Die unendlichen Dezimalbrüche kürzt oder rundet man ab, indem man die Stelle, bei welcher man abkürzt, um 1 vermehrt, wenn die nächstkommende Stelle 5 oder größer als 5 ist, dadurch geschieht, daß der Bruch um etwas größer wird, als der vollständige Dezimalbruch betragen würde, z. B. wäre im obigen Beispiele $\frac{2}{3}$ fl. = 0,667 = 40 kr. 0,16 hl., was um 0,16 hl. zu groß, jedoch weniger gefehlt ist, als wenn man nicht abgerundet hätte, denn in diesem Falle, wie oben gezeigt ist, erschienen 39 kr. 7,68 hl., wobei noch 0,22 hl. fehlen. Folglich sind dort 0,16 hl. zu viel und da 0,22 hl. zu wenig, der Unterschied beträgt 0,06.

576) Man verwandle folgende Brüche in Dezimalen als: 1) $\frac{6}{7}^0$, 2) $\frac{6}{7}'$, 3) $\frac{6}{7}''$, 4) $\frac{6}{7}'''$, und runde ab bei der vierten, dritten, zweiten und ersten Stelle, da Ruthen größer sind, als Fuß ꝛc. und folglich mehr Dezimalen erfordern.

577) Welchen kubischen Inhalt hat ein Mauerstein, wenn man bei jeder der 3 Ausdehnungen $\frac{1}{2}''$ für das Mörtelband hinzufügt, und wie viel braucht man zu einem c'? — $14\frac{1}{2}$. $7\frac{1}{2}$. 3 = $\frac{29}{2}$. $\frac{15}{2}$. 3 = $\frac{1305}{4}$ = 326,25c'' = 326c'', diese sind im c' enthalten: 326|1728 = 5,3; also ist 5,3 die Zahl, welche man mit dem Kubikinhalte multiplicirt, wenn man die Anzahl der zum Mauerwerke nöthigen Steine haben will. Daraus ist ersichtlich, daß man jedesmal zuerst auf diese Weise, da die Steine nicht überall gleiche Ausdehnung haben, berechnen müsse, wie viel man Steine zu einem Kubikfuße braucht.

578) Eine Holzklafter hat 126c', indem sie 6' breit, 6' lang und $3\frac{1}{2}'$ tief ist, also 6.6.$3\frac{1}{2}$ = 126c'. Ist ein Holzhaufen (Parallelepipedum) in c' gegeben, so findet man die Klastern, wenn man den Inhalt durch 126 theilt, z. B.

Ein Holzhaufen hat 3785c', wie viel hält er Klaftern?
$\frac{3785}{126} = 30,39..$ Klft.

579) Ein aufgescheiterter Holzhaufen ist 27' lang, 12' hoch, und die Scheiter sind $3\frac{1}{2}$ lang, wie viel Klaftern enthält es?

580) Wie viel □ Klafter (36□') hält ein Bauplatz, der $108\frac{1}{2}$' lang und $87\frac{3}{4}$' breit ist?

581) Wie viele □ Klafter hat ein Platz, der 193' lang und 81' 9'' breit ist?

582) Wie viele c Klafter (216c') hat eine Grube, welche 45' lang, 37' breit und 9' tief ist?

583) Wie viele c Klafter Lehm enthält ein Lehmboden, der 128' lang, 47' breit und $6\frac{1}{2}$' tief ist?

584) Durch diese Verwandlung der gemeinen in Dezimalbrüche hat man ein viel bequemeres Mittel als jenes in 389, die Brüche in Absicht auf ihren Werth zu schätzen, z. B. $\frac{27}{28}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{13}{15}$; man mache Dezimalen daraus und man sieht auf der Stelle, welcher Bruch größer ist, als: 0,9.., 0,7..., 0,8... also ist $\frac{27}{28}$ der größere.

585) Soll man aus Dezimalbrüchen gemeine Brüche machen, so gibt es 3 Fälle.

a) Ist der Dezimalbruch vollständig, so schreibt man den Nenner darunter und verkleinert z. B. $0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$.

b) Beginnt der unendliche Dezimalbruch mit der Periode (Periode heißt man jene Zahl von Ziffern, die immer der Reihe nach beim Dividiren herauskommen würde), so schreibt man der Periode so viele Neuner darunter, als die Periode Ziffern hat, und verkleinert, wenn es angeht, z. B. $0,666.. = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$, denn hier ist eine Periode mit 1 Ziffer; $0,454545... = \frac{45}{99} = \frac{5}{11}$, weil es eine Periode von 2 Ziffern ist (s. b. d. Gleichungen).

c) Gehen der Periode Ziffern voraus, so bekömmt man 2 Brüche; der Zahl der der Periode vorangehenden Ziffern wird der Nenner unterschrieben, der Periode aber die zukommenden Neuner, woran rechts noch so viele Nullen angehängt werden, als der Periode Ziffern vorausgehen, z. B. $0,91666 = \frac{91}{100} + \frac{6}{900} = \frac{819 + 6}{900} = \frac{825}{900} = \frac{11}{12}$.

586) Man mache aus folgenden Dezimalbrüchen gemeine

Brüche: 1) 0,375, 2) 0,6, 3) 0,745, 4) 0,33.. 5) 0,142859142859 14..., 6) 0,57823823., 7) 0,6784784. 8) 0,37262456245...

Addition.

587) Dezimalbrüche werden addirt wie ganze Zahlen, und man hat weiter auf nichts zu sehen, als darauf, daß man Ganze unter Ganze, Zehntel unter Zehntel ꝛc. richtig schreibt, z. B. 0,67 + 3,8 + 100,879 =

$$\begin{array}{r} 0{,}67 \\ 3{,}8 \\ 100{,}879 \\ \hline 105{,}349 \end{array}$$

Der Grund dieses Verfahrens liegt wohl darin, weil die Brüche so viel als gleichbenannt sind, und folglich die Zähler addirt werden können, denn damit alle vorkommenden Nenner so groß werden, als der im Beispiel vorhandene größte ist, nämlich Tausentel, so hänge man dem Zähler rechts Nullen an, was den Werth nicht im geringsten verändert, (566), es ist also 0,67 = 0,670 und 3,8 = 3,800, folglich sind alle Nenner gleich, und die Zähler werden addirt.

588) Was betragen $\frac{3}{4}$ fl., $\frac{2}{5}$ fl., $\frac{7}{8}$ fl., $\frac{1}{2}$ fl. in gemeinen und Dezimalbrüchen bearbeitet?

589) Was beträgt der Inhalt dreier Pyramiden, wenn die eine 24,789c′, die andere 3,9c′ und die dritte 14,77c′ hat?

590) Es wurde eine Wiese aufgenommen, welche in drei Dreiecke zerlegt werden kann, von denen das erste 7844,54□′, das zweite 7809,96□′ und das dritte 9987,69□′ hält, wie groß ist der Flächeninhalt?

591) Jeder Körper verliert in einer Flüssigkeit an Gewicht. Im Wasser verliert z. B. Zink 0,1391; Zinn 0,1372; Kupfer 0,1111; Silber 0,0957; Blei 0,0863; Gold 0,0593. Würde man von jedem Metalle 1 Pf. nehmen, in einen Klumpen zusammenschmelzen, und ins Wasser hängen, wie viel verlöre ein in demselben Verhältnisse legirter Körper an Gewicht?

592) Ein Oekonom besitzt an Waldung 24,7 Tagwerk, an Wiesen 55,73 Tagw., an Aeckern 33,88 Tagw.; sein

Gärtchen hält 0,49 Tagw. und der Hofraum 0,56 Tagw. Wie viel Tagwerk besitzt er im Ganzen?

Subtraction.

593) Das Untereinanderschreiben geschieht, wie beim Addiren gezeigt wurde, und daß man vom Zähler wie bei ganzen Zahlen abziehen dürfe, liegt in demselben Beweisgrunde, wie in 587 angegeben ist, z. B. 32,4 — 30,984 = 32,400
30,984
1,416

594) Eine deutsche oder geographische Meile hat 25380,016' eine bayerische Chaussee-Meile 25406,0163'; um wie viel ist letztere größer?

595) Ein österreichischer Centner hat 56,0012 Kilogrammes, ein bayerischer Centner 56 Kil., wie viel ist letzterer kleiner, und um wie viel größer, als der preußische, welcher 51,448 Kil. hat?

596) Ein bayerischer Metzen Getreid hält 1868,26 par.c'', und ein österreichischer 3100,38 p. c'', um wie viel ist letzterer größer?

597) Ein österreichischer Längenfuß hat 140,1269 par. Linien, und ein bayerischer 129,38, um wie viel ist letzterer kleiner, und um wie viel kleiner als ein preußischer, welcher 139,13 par. Linien hat, aber um wie viel größer als der hessendarmstädtische, der 110,824 par. Linien hält?

598) Eine bayerische Maß hält 53,892 par c''; eine hessendarmstädtische 100,825, eine österreichische 71,3343; um wie viel ist die bayerische kleiner, als jede der zwey andern?

Multiplication.

599) Mit Dezimalen multiplicirt man, wie mit ganzen Zahlen, streicht aber im Producte so viele Ziffern von rechts nach links ab, als in einem oder in beiden Faktoren Dezimalstellen vorkommen, z. B.

25 . 37,39 = 3739 oder 3,7 . 31,009 = 31009
25 | 37
18695 | 217063
7478 | 93027
934,75 | 114,7333

Das Verfahren läßt sich leicht einsehen, man darf nur dem Dezimalbruche den Nenner darunter schreiben, wie mit gemeinen Brüchen multipliciren und das Product in Dezimalen anschreiben, also obiges Beispiel $= \frac{25}{1} \cdot \frac{3739}{100} = \frac{93475}{100} =$ 934,75; und $\frac{37}{10} \cdot \frac{31009}{1000} = \frac{1147333}{10000} =$ 114,7333.

600) In dem Falle als im Producte mehr Ziffern abgestrichen werden sollten, als vorhanden sind, muß man links durch Nullen ergänzen, z. B. 0,33 . 0,004 =

$$\begin{array}{r} 33 \\ 4 \\ \hline 0{,}00132 \end{array}$$

Beim Multipliciren kann man die Nullen links auslassen.

601) Wie viel bayerische Pfunde geben 100 Kilogrammes (sprich Kilogram), da 1 Kil. = 1,7857 b. Pf.?

602 Welchen Flächeninhalt hat ein rechteckiger Hofraum, der 57,8′ lang und 49,85′ breit ist?

603) Wie viele c′ haben 60 Maß oder 1 Eimer, da 1 Maß $74{,}304^{ddc''}$ hält?

604) Wie viel c′ ꝛc. hat ein Visir-Eimer, da 1 Maß $43^{dc''}$ hat?

605) Ein Parallelepipedon bekömmt die größte relative Festigkeit, d. i. der Balken trägt in einer horizontalen Lage am meisten, wenn die wagrechte Seite des Querschnittes so lang ist, als das Product aus dem Durchmesser in 0,57735 beträgt und die senkrechte Seite dem Producte aus dem Durchmesser in 0,8165 entspricht. Mechanisch wird der Querschnitt nach Fig. 45 verzeichnet, woraus man sieht, daß man nur den Durchmesser in 3 Theile theilen darf, um mittelst der Senkrechten ab und cd das Rechteck aedf des Querschnittes zu bekommen. Wenn nun ein solcher Balken aus einem Baumstamme von 1,6′ Durchmesser gehauen werden soll, wie lang müssen die fraglichen Kanten (Seiten) seyn?

606) Der Wendelstein ist 2638 pariser Fuß hoch, wie viel beträgt dieß in bayerischen Schuhen, da ein par. Fuß 1,1136′ hält?

607) Durchmesser ab eines Kreises, Fig. 46, nennt man die gerade Linie, welche durch den Mittelpunkt geht, und 2 mal die Peripherie berührt. Peripherie oder Kreislinie heißt die krumme Linie, welche in sich selbst zurückkehrt, und überall gleich weit vom Mittelpunkte absteht. Halbmesser dc ist jene

gerade Linie, welche vom Mittelpunkte aus, bis zur Peripherie geht. Theilt man den Durchmesser in 7 gleiche Theile, so wird man einen solchen Theil 22 mal und etwas darüber an der Peripherie herumtragen können, es ist also der Durchmesser in der Peripherie enthalten: 7|22 = 3,14.. mal, d. i. die Peripherie ist 3 mal größer und etwas darüber als der Durchmesser. Diese Zahl 3,14 nennt man Ludolphine und bezeichnet sie mit π. Man könnte sie auf andern Wegen genauer erhalten, aber in den gewerblichen Geschäftsrechnungen ist sie hinreichend genau genug. Will man also die Peripherie, so multiplicirt man den Durchmesser mit 3,14.

608) Wie groß ist die Peripherie eines Wasserrades, das 13′ Durchmesser hat?

609) Der Halbmesser einer Reitbahn beträgt 15′ 7^{dd}″, welchen Weg legt das Pferd zurück, das die Bahn $40\frac{1}{2}$ mal umläuft?

610) Welchen Umfang hat ein Lustre (Lüster), der $3\frac{1}{2}$ Duchmesser hat?

611) Eine Kugel, Fig. 47, ist ein Körper, wovon jeder Punkt der krummen Oberfläche überall gleich weit vom Mittelpunkte absteht. Die Oberfläche findet man, wenn man den Durchmesser mit der Peripherie des größten Kreises multiplicirt, z. B. Welchen Inhalt hat die Oberfläche einer Kugel, welche einen Durchmesser von 9″ hat? — d.d.π —; 7.7.3,14 = 153,86□″

612) Welchen Inhalt hat die Oberfläche einer Kugel, welche 1′ 5″ Durchmesser hat?

613) Welchen Inhalt hat die Oberfläche einer Kugel, deren Halmesser 9″ beträgt?

614) Der Inhalt eines Tonnengewölbes, Fig. 48, wird gefunden, wenn man die Summe des lichten Durchmessers und der Dicke des Gewölbes mit der halben Ludolphine = 1,57 multiplicirt, dann dieses Product mit der Länge des Gewölbes, wodurch man den Quadratinhalt erhält, und diesen mit der Gewölbedicke, z. B. Ein 20′ langes und einen Stein dickes Tonnengewölbe hat einen lichten Durchmesser von 20′, welchen Inhalt hat es? — (20 + 1,18) . 1,57 . 20 . 1,18 = 784,76136c′ = 784,8c′.

615) Welchen kubischen Inhalt hat ein 70′ langes und

$\frac{1}{2}$ Stein dickes Tonnengewölbe, wenn der lichte Durchmesser $18\frac{1}{2}'$ beträgt, wie viel sind Steine nöthig?

616) Ein rundes Schildgewölb, Fig. 49, wird dem kubischen Inhalte nach bestimmt, wenn man den Durchmesser (mit Hinzurechnung der Gewölbedicke) mit 3,14 multiplicirt und dieses Product mit der Höhe (die halbe Gewölbedicke dazu gerechnet), dieses aber mit der Gewölbedicke, z. B. Welchen Inhalt hat ein rundes Schildgewölbe, welches 9' lichten Durchmesser hat, 2,125' hoch und $1\frac{1}{2}$ Stein dick ist?

$(9 + 1{,}75)\, 3{,}14 \cdot 3 \cdot 1{,}75 = 10{,}75 \cdot 3{,}14 \cdot 3 \cdot 1{,}75 = 33{,}755 \cdot 3 \cdot 1{,}75 = 101{,}265\square' \cdot 1{,}75 = 177{,}2 \ldots c'$; wie viel Steine?

617) Welchen kubischen Inhalt hat ein rundes Schildgewölbe, welches einen lichten Durchmesser von 15' hat, 4' hoch und $\frac{1}{2}$ Stein dick ist? Wie viel Steine?

618) Der kubische Inhalt eines offenen Kugelgewölbes, Fig. 50, wird gerade so berechnet, wie das runde Schildgewölbe, wobei die Senkrechte ab zwischen den parallelen Kreisen des Kugelrumpfes die Höhe ist. Z. B. Welchen Inhalt hat ein offenes Kugelgewölbe, das einen lichten Durchmesser von 13', 7' zur Höhe hat und 1 Stein dick ist? — $(13 + 1{,}18) \cdot 3{,}14 \cdot 7 \cdot 1{,}18$ — wie viel Steine?

619) Ein offenes Kreuzgewölbe, Fig. 51, welches aus 4 Supplementen eines Halbwalzenabschnittes besteht, und dessen Grundfläche ein Quadrat ist, wird dem kubischen Inhalte nach bestimmt, wenn man von der halben Peripherie des Durchmessers den Durchmesser abzieht, den Rest mit der halben Länge, dann dieses Product mit der Gewölbedicke multiplicirt, und das Resultat wegen der 4 Supplemente 4 mal nimmt. Z. B. Welchen Inhalt hat ein 2 Stein dickes offenes Kreuzgewölbe, dessen lichter Durchmesser 12' ist; die Sprengweite ist dieselbe, da die Grundfläche dieser Gewölbe gewöhnlich ein Quadrat ist? — $[(12 + 2{,}3) \cdot 1{,}57 - (12 + 2{,}3)] \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2{,}3 = (22{,}451 - 14{,}3)\, 6 \cdot 4 \cdot 2{,}3 = 8{,}151 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2{,}3 = 210\square' \cdot 2{,}3 = 483^{c'}$.

620) Welchen kubischen Inhalt hat ein $\frac{1}{2}$ Stein dickes offenes Kreuzgewölbe, welches einen lichten Durchmesser von 10' hat und die Sprengweite ebenfalls 10' ist? Wie viel Steine?

621) Kugelabschnitt ist ein Körper, welcher von einem Theile der Kugeloberfläche und einer Kreisfläche begränzt

ist, Fig. 52. Die krumme Oberfläche davon findet man, wenn man die größte Peripherie, d. i. $d\pi$ mit der Höhe ab multiplicirt.

622) Kugelrumpf ist ein Theil der Kugel, welcher durch 2 Kreisflächen begränzt ist, Fig. 53. Die runde Umfläche zwischen den Kreisen heißt Kugelband oder Zone. Der Inhalt der Zone wird gefunden, wenn man wie vorher die größte Peripherie d. i. $d\pi$ mit der Höhe ab multiplicirt. Z. B. Welchen Flächeninhalt hat die gebogene Oberfläche eines Kugelabschnittes, wenn der Durchmesser $1\frac{3}{4}'$ und die Höhe $\frac{2}{3}'$ beträgt? — $d.\pi.h.$ — $1,75.3,14.0,667 = 5,4950.0,667 = 3,665165 = 3,665\square'$.

623) Welchen Inhalt hat die Kugelzone, wenn sie $\frac{3}{4}'$ hoch und der Durchmesser der Kugel $2\frac{1}{4}'$ ist?

624) Welchen Inhalt hat die Oberfläche des Kugelabschnittes, der $\frac{1}{2}'$ hoch ist, wenn der Kugelhalbmesser $1\frac{1}{2}'$ beträgt?

625) Kugelausschnitt, Fig. 54, ist ein Körper, der einen Theil der Kugeloberfläche zur Grundfläche und seinen Scheitelpunkt im Mittelpunkte der Kugel hat. Man findet den körperlichen Inhalt, wenn man nach 621 die runde Oberfläche berechnet, dann mit dem Halbmesser, als die Höhe, multiplicirt und mit 3 dividirt, da ein solcher Körper eine Pyramide vorstellt. Z. B. Welchen Inhalt hat ein Kugelausschnitt, welcher die krumme Oberfläche des Kugelabschnittes von 622 zur Grundfläche hat, und die Kugel so groß ist wie in 622 — $\frac{d.\pi.h.r}{3}$ —; $\frac{1,75.3,14.0,667.0,875}{3} = 1,069\ c'$.

626) Welchen kubischen Inhalt hat ein Kugelausschnitt, der die krumme Oberfläche des Kugelabschnittes von 624 zur Grundfläche hat, und der Kugelhalbmesser wie dort ist?

627) Eine Ellipse, Fig. 55, ist eine krumme Linie, welche auf eine mechanische Art gemacht wird, wie folgt. Man ziehe die kleine Achse ab senkrecht auf die große Achse cd, so daß die Mitte von ab auf die Mitte von cd kommt. Alsdann nimm die halbe große Achse und bezeichne mit dieser Zirkelöffnung die Punkte o u. s, welche man die Brennpunkte heißt. In diese beiden Punkte schlage man 2 Nägel ein und befestige daran einen Spagat von der Länge der großen Achse. Bezeichnet man die Linie nach der Krümmung des ausgespannten Spagats so hat man die Ellipse abcd.

Die Ellipsenfläche, die Fläche einer Ovale, wird ausgerechnet, wenn man das Product aus der großen in die kleine Achse mit 0,7854 oder dem vierten Theile der Ludolphine multiplicirt. Z. B. Welches ist der Inhalt einer Ellipsenfläche, deren große Achse 27′ und deren kleine 19′ hat? 27 . 19 . 0,7854.

628) Ein elliptisches Tonnengewölbe, Fig. 56, wird dem kubischen Inhalte nach gefunden, wenn man die halbe elliptische Fläche abc, und dann die halbe große def berechnet und die kleine von der großen abzieht. Der Rest wird mit der Länge des Gewölbes multiplicirt. Z. B. Die lichte große Achse eines elliptischen Tonnengewölbes ist 18′ und die lichte kleine Achse bg 7′. Die Dicke des Gewölbes beträgt $\frac{1}{2}$ Stein und die Länge ist 50′; welches ist der kubische Inhalt, wie viel Steine sind dazu erforderlich?

629) Ein Maurer kann täglich, wenn er die Steine nicht behauen darf, 500 Steine vermauern und je nach Umständen selbst 300 Steine verwölben, und täglich 2 □ Klft. Mauerwerk verputzen. 3 Maurer und 2 Handlanger machen täglich 3 □ Klft. Rohrdecke. Demnach läßt sich die Zahl der Maurer finden, so wie der Lohn dafür. Eine Grundmauer ist 120′ lang, 3 Steine dick und 4′ hoch; wie viele Maurer braucht man dazu, wenn sie in einem Tage fertig werden sollte, und was beträgt der Lohn der Maurer, wenn einer 42 kr. hat? $= \frac{120 \cdot 4 \cdot 3{,}5 \cdot 5{,}3}{500} = \frac{6 \cdot 4 \cdot 0{,}7 \cdot 5{,}3}{5} =$ 17,808 wofür man 18 Maurer setzen kann. 18 . 42 kr. wie viel Gulden?

630) Wäre in der vorigen Aufgabe die Frage gestellt, wie lange zu derselben Mauer 18 Maurer gebraucht hätten, so hätte man mit dem Producte der Zahl der Maurer in 500 (Steine) in den Bedarf an Steinen theilen müssen, als: $\frac{120 \cdot 4 \cdot 3{,}5 \cdot 5{,}3}{500 \cdot 18} = 0{,}989..$ wofür man einen Tag setzen kann,

631) Es soll ein 70′ langes und 1 Stein dickes Tonnengewölb gefertiget werden, es frägt sich, wie viele Tage 4 Maurer brauchen?

632) Der Druck des Wassers auf die Bodenfläche eines Gefäßes ist gleich dem Gewichte einer Wassersäule, welche zur Grundfläche die Fläche des Bodens und zur Höhe die senkrechte Entfernung des Wasserspiegels vom Boden hat. Wenn man nun den Kubikinhalt in c′ ausgerechnet hat, so multiplicirt

man diesen mit 44,17, da 1 C' Wasser 44,17 Pf. wiegt. Diese Berechnung gilt für die drei Fälle, nämlich: 1) bei dem Gefäße, wobei die Wände senkrecht auf dem Boden stehen, Fig. 57, in diesem Falle wiegt das darin enthaltene Wasser eben so viel; 2) bei jenem, das nach oben divergirt, Fig. 58, in dem Falle ist das Gewicht der Wassermasse größer; 3) bei jenem, das nach oben convergirt, Fig. 59, in diesem Falle wiegt das Wasser selbst weniger Pfunde, als der Bodendruck beträgt. Z. B. Wie groß ist der Bodendruck, wenn die Länge des Gefäßes 7' lang, 6' breit, und die Höhe des Wasserstandes 5' beträgt?

633) Welchen Druck erleidet der Boden eines sich nach oben verengenden Wasser-Reservoir, dessen Boden 16' lang und 10' breit ist, und die Senkrechte zwischen Niveau (Niwo), und Boden 25' mißt.

634) Welchen Druck erleidet der Boden eines sich nach oben erweiternden Gefäßes, wenn derselbe 4' lang, 3' breit und von der Libelle $3\frac{1}{4}$' entfernt ist?

635) Der Seitendruck wird in ähnlicher Weise erhalten; es ist hier nur der Unterschied, daß die Höhe die senkrechte Entfernung ist vom Schwerpunkte der zu drückenden Fläche aus bis zum Wasserspiegel. Der Schwerpunkt in den 4 Parallelogrammen, Fig. 1, 2, 3, 4, ist dort, wo sich die Diagonalen in o schneiden; bei einem Kreise, einer Ellipse und einer regulären Figur, bei der Grundfläche des Sterngewölbes, Fig. 60, ist der Schwerpunkt in der Mitte; bei einem Dreiecke findet man den Schwerpunkt, Fig. 61, wenn man 2 Seiten halbirt, und von dem Halbirungspunkte in den gegenüberliegenden Winkel Linien zieht, dort, wo sie sich durchschneiden, ist der Schwerpunkt; bei einem Trapezoid und den übrigen Figuren findet man den Schwerpunkt, wenn man, Fig. 62, dasselbe in 2 Dreiecke abd und dcb auflöst, und den Schwerpunkt der Dreiecke sucht, man ziehe die Verbindungslinie op; dann verwandle man dieselbe Figur in Dreiecke adc und abc und suche ebenso die Schwerpunkte, werden diese beiden Punkte durch eine Linie rr verbunden, so wird diese die Linie op in g schneiden, welches der Schwerpunkt der Figur ist. Z. B. Welchen Druck übt das Wasser auf die Mühlschütze, welche 4' lang und 4' hoch ist, das

Wasser erreicht an der Schütze 4'? 4.4.2.44,17 = 32.44,17 = 1413,44 Pf.

636) Welchen Druck erleiden an den Schleusen die 5 quer darüberliegenden Balken, wenn ihre Länge 25' beträgt, die Höhe des Querschnittes eines jeden 10" ist und das Wasser darüber hinwegläuft?

637) Der Kegel ist ein Körper, der einen Kreis zur Grundfläche und eine runde zugespitzte Umfläche hat. Die Gesammtoberfläche wird gefunden, wenn man den Halbmesser mit der Ludolphine multiplicirt, und dieses Product mit der Summe aus dem Radius und der schrägen Länge des Kegels, — $r\pi (r + l)$, wo l die Seitenhöhe ab bedeutet. — Welche Gesammtoberfläche hat ein Kegel, der 13' Seitenhöhe und dessen Grundfläche einen Durchmesser von $3\frac{1}{4}$' hat? = 1,625 . 3,14 (1,625 + 13) = 5,1 . 14,625 = 74,5875□'.

638) Welche Gesammtoberfläche hat ein Kegel, dessen Radius 2' und dessen Seitenhöhe 20' beträgt? Wenn dieser Kegel mit Kupferblech beschlagen werden soll, und der □' 1 fl. 24 kr. kostet, wie hoch kommt die Einhüllung?

639) Schneidet man einen Kegel, Fig. 63, parallel mit der Grundfläche, so heißt der zwischen den parallelen Schnitten gebliebene Kegel defg, abgestumpfter oder abgekürzter Kegel. Seine Gesammtoberfläche findet man nach der Formel: $l\pi (R + r)$, d. i. Seitenhöhe mal 3,14, multiplicirt mit der Summe der beiden Halbmesser. Z. B. Welche Gesammtoberfläche hat ein abgekürzter Kegel, dessen kleiner Kreis einen Durchmesser von $1\frac{3}{4}$', und dessen großer Kreis einen Durchmesser von $3\frac{1}{2}$' hat, seine Seitenhöhe ist $14\frac{3}{4}$' hoch?

640) Ein Cylinder Fig. 64 ist ein Körper, der zwei gleiche und parallele Kreise zu Grundflächen, und zwischen diesen eine runde Umfläche hat. Der Inhalt der gesammten Oberfläche wird nach der Formel: $(h + r) d\pi$, erhalten, wobei h die Länge des Cylinders bedeutet; r den Halbmesser; d den Durchmesser und π 3,14. Z. B. Wie groß ist die Gesammtoberfläche des Cylinders, dessen Durchmesser 2' und dessen Höhe 12' ist? = (12 + 1) 2.3,14 = 13.6,28 = 81,64□'.

641) Welchen Inhalt hat die Gesammtoberfläche eines Cylinders, der $2\frac{1}{2}$' Durchmesser hat, und 10' lang ist; was kostet die Beschlagung mit Kupferblech, wenn der □' auf 1 fl. 12 kr. kömmt?

642) Das spezifische Gewicht ist eine Zahl, welche anzeigt, wie viel mal schwerer oder leichter ein Körper ist als Wasser desselben Volumen (Raumsinhaltes), z. B., wenn 1 c′ Wasser 44,17 Pf. und 1 c′ Schmiedeisen 343,9959 Pf. wiegt, so ist der c′ Eisen 7,788 mal schwerer als 1 c′ Wasser, also ist 7,788 das spezifische Gewicht des Eisens. Folgende Tabelle zeigt die spezifischen Gewichte der vorzüglichsten Körper.

A	
Ahorn . .	0,755
Alabaster	2,35
Alaun . .	1,720
Alkohol abs.	0,792
Apfelbaum	0,795
Argentan	8,563
Arsenik .	8,000
B	
Baumöl .	0,91
Basalt .	2,66
Bergnaphta	0,85
Bernstein	1,06
Bier br.	1,034
Bier wß.	1,023
Bimsstein	0,92
Birke . . .	0,765
Birnbaum	0,661
Blei . .	11,445
Bleiglanz	7,585
Blut . .	1,12
Braunkoh.	1,25
Braunstn.	4,75
Buchenh.	0,854
Buchsbm.	0,971
Butter .	0,942
C	
Ceder . .	0,591
D	
Dachschiefer	2,56
Diamant .	3,52
E	
Ebenholz .	1,259
Eiben . .	0,785
Eichenholz	1,17
Eis . . .	0,916
Eisen geschm.	7,6
Eisen geg.	7,5
Elfenbein	1,82
Erle . . .	0,597
Esche . .	0,845
Essig . . .	1,012
Essigsäure	1,06
F	
Fensterglas	2,64
Feuerstein	2,58
Fichte trock.	0,467
Fichte frisch	0,92
Föhre . .	0,791
G	
Gerste . .	1,278
Glaubersalz	2,246
Gold geh.	19,6
Gold geg.	19,253
Granit . .	2,8
Gußeisen	7,207
Gyps . .	0,94
H	
Hollunder-Mark .	0,05
Holzkohle	0,36
Honig .	1,45
K	
Kalium .	0,865
Kalkstein	2,59
Kampfer	0,99
Kanonen-gut . .	8,8
Kirschbaum	0,715
Knochen	1,6
Kochsalz	1,918
Korkholz	0,24
Kupfer geh.	8,9
Kupfer geg.	8,727
L	
Lavendelöl	0,93
Lehm trock.	1,93
Lehm frisch	2,06
Leinöl .	0,94
Lerchenholz	0,61
Linde . .	0,6
M	
Magnetst.	3,5

Maghagonyholz .	1,063
Marmor	2,75
Mauer fr.	1,62
Mauer tr.	1,53
Meerschm.	0,33
Meerwaß.	1,02
Meisterlg.	1,15
Messing	8,4
Milch . .	1,030
Mohnöl .	0,929
N	
Nickel .	9,25
Nußbaum	0,735
O	
Olivenöl	0,915
P	
Pappelhz.	0,383
Pech . .	1,072
Perlmutt.	2,75
Pflaumb.	0,785
Platina gh.	21,25
Platina gſ.	20,855
Porphyr	2,78
Porzellan	2,319
Q	
Quarz .	2,65

Quecksilber gefroren .	14,391
Quecksilber bei 0 R.	13,619
R	
Rüböl . .	0,914
S	
Salpeter .	1,900
Salpetersäure . .	1,522
Salzäther	0,874
Salzsäure	1,21
Salzsoole .	1,207
Sand tr. .	1,63
Sandstein	2,35
Schießpul.	0,836
Schmiedeiſ.	7,788
Schwefeläther . .	0,415
Schwefel .	1,80
Schwefelkies	4,85
Schwefelſ.	1,45
Schweinschmalz .	0,92
Schwerspath	4,33
Serpentin	2,57
Silber geh.	10,622
Silber geg.	10,474
Spießglanz	6.702

Sodium .	0,972
Stahl .	7,795
Steinkohl.	1,55
Steinöl .	0,85
Steinsalz	2,14
T	
Tanne .	0,662
Terpentinöl	0,876
Töpferthon	0,876
U	
Ulme . .	0,619
W	
Wachs .	0,968
Waizen .	1,346
Wallrath	0,94
Wasser destillirtes	1,000
Weide .	0,461
Weine von	0,99
bis	1,05
Weingeist	0,81
Wismuth	9,07
Z	
Ziegel .	1,81
Zinn geh.	7,475
Zinn geg.	7,295
Zink geh.	7,861
Zink geg.	7,213

643) Da der c′ Wasser 44,17 Pf. wiegt, so findet man das Gewicht eines c′ des in der Tabelle bezeichneten Körpers, wenn man das spezifische Gewicht mit 44,17 multiplicirt. Z. B. Wie viel wiegt 1 c′ Fichtenholz? — w. s —; d. i. 44,17.0,467=20,62739 Pf. Darf man nicht so genau rechnen, so nimmt man für das Gewicht des c′ Wassers in der Praxis bloß 44 Pf. und rundet auch die spezifischen Gewichte ab, z. B. im obigen Beispiele = 44.0,47 = 20,68 Pf.

644) Was wiegt 1 c' Schmiedeisen?

645) Was wiegt 1 c' gehämmertes Kupfer?

646) Was wiegt 1 c' Olivenöl?

647) Was wiegt 1 c' trockene Mauer?

648) Eine Pyramide von Marmor ist 25' hoch, ihre Grundfläche ist ein Dreieck, welches eine Grundlinie von 5' Länge hat, und das $3\frac{3}{4}$' hoch ist, welches ist ihr Gewicht?

649) Welches Gewicht hat eine Mauer, welche 70' lang, 31' breit und $1\frac{1}{2}$ Stein dick ist?

650) Wie viel wiegt das Leinöl, welches in einem Gefäße eingeschlossen ist, das im Lichten 3' lang, 2' breit und $2\frac{1}{4}$' hoch ist?

651) Die Multiplication der Dezimalen läßt sich auch (siehe die in 643 angegebene Weise) noch abkürzen wie folgt: Man fängt die Multiplication mit den höchsten Stellen des Multiplicators an, läßt so fortfahrend immer eine Stelle des Multiplicand weg, zählt aber jedesmal zum ersten Producte die hinüberzuzählenden Ziffern aus dem weggelassenen vorausgehenden Producte, wozu noch ferners 1 gezählt wird, wenn die anzuschreibende Ziffer 5 oder darüber gewesen wäre, z. B. 7,4973 . 6,784

a)	b) 7,4973 . 6,784	c)
7,4973		6,78
6,784	6,784	7,5
299892	44,984	3390
599784	5,248	4746
524811	599	50,850
449838	30	
50,8616832	50,861	

Das Resultat in a ist vollständig, jenes in b ist in den 3 ersten Dezimalen dasselbe, und wurde nach 651 erhalten, da man nur 3 Dezimalen behalten wollte, indem man multiplicirte: $6 . 7 = 42$, aber 1 wegen des weggelassenen Productes $3 . 6 = 18$, d. i. den Zehner hinüberzählte, wozu noch 1 wegen 8 addirt wurde, wodurch sohin 44 zum Vorschein kam u. s. f. Ferners multiplicirte man: $7 . 9 = 63$, aber 4 wegen des Productes 7 . 7, und 1 wegen 9, sohin 68 ꝛc. Dann $4 . 8 = 32$, aber 7 wegen 8 . 9, folglich 39 u. s. f. Endlich $4 . 7 = 28$, aber 1 wegen $4 . 4 = 16$ und 1 wegen 6, also 30. Das Resultat in c ist um $\frac{11}{1000}$ gegen das

vorhergehende zu klein, dasselbe wurde durch Abrundung der Dezimalen erhalten. Die Multiplication mit abgerundeten Dezimalen findet dort eine bequeme Anwendung, wo keine allzugroße Genauigkeit erforderlich ist.

652) Ein bayerischer Fuß hält 291,859 Millimeter und ein Millimeter 0,44296 Pariser Linien, wie viel Pariser Linien hat ein bayrischer Fuß? (5 Dezimalen.)

Division.

653) Dezimalen werden dividirt wie ganze Zahlen, und es ist nur zu bemerken, daß man vor der Division im Dividend und Divisor eine gleiche Zahl von Dezimalen durch Anhängung von Nullen herstellt, wenn nicht schon gleich viele Dezimalstellen vorhanden sind, z. B. 3,17 : 0,3 = 3,17 : 0,30 = 30/317 = 10,5.. Das Verfahren läßt sich leicht einsehen, wenn man gemeine Brüche macht, als: $\frac{317}{100} : \frac{3}{10} = \frac{3170}{300} = \frac{317}{30}$ also wie vorher = 10,5..

170
150
20

654) Man dividire 1) 78,334 : 7,53; 2) 0,456 : 3,3; 3) 9,7845 : 4,36; 4) 0,084 : 94,38; 5) 0,00038 : 94,6; 6) 4,5 : 5,0003; 7) 0,47 : 0,00005; 8) 4,6 : 05; 9) 478 : 437; 568 : 0,037.

655) Hat der Dividend keine Dezimalen: so unterläßt man die Gleichstellung der Dezimalen, und theilt bequemer wie sonst, nur muß dann im Quotient abgestrichen werden, wenn im Dividend die Dezimalen anfangen, z. B. 76,387 : 4 = 19,09675.

656) Man dividire: 1) 6,13 : 5; 2) 4,004 : 13; 3) 0,036 : 5; 4) 0,037 : 13; 6) 49,748 : 268.

657) Nach dieser Regel geschieht also auch das Verkleinern z. B. 0,372 kann man mit 2, 3 und 6 verkleinern s. 353 u. ff., als: 0,186 oder 0,124 oder 0,062.

658) Man dividire nach vorhergegangener Verkleinerung: 1) 0,78 : 6,32; 2) 5,61 : 0,72; 3) 0,64 : 3,56; 4) 5,785 : 0,360; 5) 78 : 9,312; 6) 0,536 : 3,76: 7) 3,78 : 918.

659) Man dividire: 1) 37,8 : 1,678; 2) 0,006 : 7,84; 3) 5,6 : 2,684; 4) 0,7 : 84,36; 5) 19 : 27,36; 6) 7,89 : 17,7; 7) 4,684 : 9,3; 8) 0,0007 : 389.

660) Nach der Tagfläche läßt sich auch der Bedarf an Steinen finden, s. 577, wenn man bestimmt, wie viel auf 1 □′ Steine gehen. Die Hirnfläche des Steines als Strecker beträgt mit Mörtelband: $7\frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{45}{2} = 22{,}5$ □″, und so oft dieser Inhalt in einem □′ oder in 144 steckt, so viel Steine braucht man zu einem □′ einer einen Stein dicken Mauer: $22{,}5 | 1440 = 6{,}4$ Steine. Ist dieselbe 2 Stein dick, ist der Bedarf doppelt zu nehmen ꝛc.

661) Eine Mauer ist 100′ lang, 18′ hoch und $1\frac{1}{2}$ Stein dick, wie viel Steine sind nöthig? $= 100 \cdot 18 = 1800$ □′ Tagfläche, folglich $1800 \cdot 6{,}4$ für eine Steindicke und da sie anderthalb Stein dick ist, $1800 \cdot 6{,}4 + 1800 \cdot 6{,}4 \cdot \frac{1}{2}$ Steine.

662) Welchen Bedarf von Steinen braucht man zu einer Mauer, welche 75′ lang, 15′ hoch und 2 Steine dick ist?

663) Was wiegt $1^{ddc''}$ Wasser? $\frac{1}{1728}^{c'} \cdot 44{,}17$ Pf. $= \frac{1}{1728} \cdot 44{,}17 \cdot 32 \cdot 4$ Qu.

664) Was wiegt $1^{dc''}$ Wasser?

665) Was wiegt $1^{dc''}$ Fichtenholz? $\frac{1}{1000} \cdot 44{,}17 \cdot 0{,}467 \cdot 32 \cdot 4$ Qu. Da $1^{c'}$ Wasser 44,17 Pf. wiegt, so wiegt $1^{c''}$ nur den tausendsten Theil und $1^{c''}$ Fichtenholz nur 0′467 vom c″ Wasser.

666) Was wiegt $1^{ddc''}$ Fichtenholz?

667) Was wiegt eine 13′ lange Stange von Eichenholz, welche 3″ breit, 1″ dick ist? $130 \cdot 3 \cdot 1 = 390^{c''}$, reducirt auf $c' = \frac{390}{1000} = \frac{39}{100}^{c'} \cdot 44{,}17 \cdot 1{,}17$ Pf.

668) Was wiegt eine 10′ lange prismatische Stange von Schmiedeisen, wenn sie 4″ breit und $\frac{1}{2}$′ dick ist?,

669) Das Jahr hat im Durchschnitte 365,2422453 T., der wie vielste Theil des Jahres ist ein Tag?

670) Die Ausflußmenge aus einem Gefäße in einer Secunde ist dem Inhalte einer Wassersäule gleich, welche die Oeffnung F zur Grundfläche und die der Entfernung vom Schwerpunkte der Oeffnung bis zum Wasserspiegel entsprechende Geschwindigkeit zur Höhe hat. Zu bemerken ist, daß dieser Inhalt in der Wirklichkeit nicht ausfließt, sondern nur 0,62 Theil, wenn die Oeffnung an einer dünnen Wand ist; aber der 0,81 Theil, wenn eine kurze Ansatzröhre an der Oeffnung angebracht, oder die Wand etwas dicker ist; hingegen der 0,63, wenn das Wasser von einem Mühlgerinne kommt. Diese Zahlen nennt man Zusammenziehungs-Coeffi-

zienten, man kann sie mit n bezeichnen. Kömmt die parabolische Gestalt des ausfließenden Wassers in Betracht, so nimmt man das Product des Inhaltes der Wassersäule in den Zusammenziehungs = Coeffizienten $\frac{2}{3}$ mal. Ausflußmenge $=$ n.F.C. und mit Berücksichtigung der parabolischen Gestalt des Wasserstrahles $= \frac{2}{3}$.n.F.C., z. B. Wie viele c' Wasser fließen aus einem Gefäße in 15 Minuten, wenn dasselbe eine kurze Ansatzröhre von 7□" Oeffnung hat, und die Geschwindigkeit 16,4' ist? — n.F.C.900 Sec. —; 0,81 . $\frac{7}{144}$. 16,84 . 900 $=$ 581,1c'..

671) Wie viel c' Wasser fließt aus einem Mühlgerinne in einer Minute, wenn dasselbe 2' breit, das Wasser darin $1\frac{1}{2}$' hoch steht, und das herlaufende Wasser 20' Geschwindigkeit hat, man berücksichtige auch die parabolische Gestalt des Strahles? — $\frac{2}{3}$n.F.C.60 —

672) Die Seitenfläche des abgekürzten Kegels wird auch gefunden, wenn man die Peripherien der beiden Kreisflächen addirt, durch 2 dividirt und den Quotient mit der Seitenhöhe multiplirt, s. 639 und mache dasselbe Beispiel. Die Seitenfläche eines ganzen Kegels aber wird gefunden nach $r\pi l$, d. i. Radius mal π mal Seitenhöhe; s. 637 und mache dasselbe Beispiel.

673) Eine Maß hat $43^{dc''}$ und $74{,}304^{ddc''}$, folglich der Schenkeimer $2580^{dc''}$. Wie viele Eimer und Maß hält eine Braupfanne von folgenden Dimensionen: sie ist $7\frac{1}{2}$' breit, $9\frac{3}{4}$' lang und $3\frac{1}{2}$' tief? — $\frac{7\frac{1}{2} \cdot 9\frac{3}{4} \cdot 3\frac{1}{2}}{2{,}580} =$ Eimer.

674) Ein Gefäß ist $1\frac{3}{4}$' lang, $9\frac{1}{2}$" breit und $5\frac{1}{3}$" hoch, wie viel faßt sie Maß?

675) Man findet die Anzahl der Bretter, Steine rc. zur Belegung des Bodens rc., wenn man mit dem Quadratinhalte eines Brettes rc. in den Quadratinhalt des Bodens dividirt, z. B. Wie viele Mauersteine von hiesiger Gegend braucht man zur Belegung eines Hofraumes, der 18' breit und 27' lang ist? Der Quadratinhalt des Steines ohne Zurechnung der Mörtelfuge ist $= 14 . 7 = 98$ □"; der Quadratinhalt des Bodens ist $= 18 . 27 = 48600$ □"; also 98|48600 $=$ 495,9.. $=$ 496 Steine.

676) Wie viele Bretter von 27' Länge und $1\frac{1}{4}$' Breite

braucht man zur Belegung eines Saales, der 54' lang und 46' breit ist?

677) Wie viele quadratförmige Pflastersteine von $1\frac{1}{2}'$ Länge braucht man zur Pflasterung einer Kirche, welche 109' lang und 36' breit ist?

678) Es gibt Gewölbe, Fig. 64, deren Bögen kleiner sind als die halbe Peripherie beträgt. Den kubischen Inhalt eines solchen Gewölbes findet man, wenn man das Produkt aus der ganzen Peripherie in die Anzahl Grade des Bogens durch 360 dividirt und den Quotient mit der Dicke und Länge multiplicirt. — $\frac{d\pi . n^0 . l . D}{360}$, wobei n^0 die Zahl der Grade des Bogens ausdrückt und D die Dicke. Der lichte Durchmesser d wird auch hier wieder um die Steindicke vermehrt. Z. B. Welches ist der kubische Inhalt eines Gewölbes, dessen Bogen 60^0 hält, und dessen lichter Durchmesser 14' beträgt, wenn es 100' lang und 0,5' dick ist? $\frac{d\pi . n^0}{360} . l . D$ $= \frac{15 . 3{,}14 . 60}{360} . 100 . 0{,}5 = 5 . 3{,}14 . 50 . 0{,}5 = 392{,}5^{c'}$.

679) Welchen kubischen Inhalt hat ein $\frac{1}{2}$ Stein dickes Gewölbe, welches 50' lang, dessen Durchmesser 12' und dessen Bogen 59^0 ist? Wie viel sind dazu Steine erforderlich?

680) Wie findet man aber die Zahl der Grade? Durch die Anwendung des Transporteur in der Art, wie in Fig. 65 verzeichnet ist. Hat man auf diese Art die Grade gefunden, so bekommt man die Bögen in Fußen, wenn man die Peripherie damit multiplicirt und durch 360 dividirt nach der Formel $\frac{d\pi . n^0}{360}$. Soll der kubische Inhalt eines schon stehenden Gewölbes gefunden werden, so wird man den mittleren Bogen durch eine Schnur in Fußen bestimmen, und diesen rektifizirten Bogen mit der Länge und Dicke des Gewölbes multipliciren.

681) Die Anzahl der zur Bedachung nöthigen Ziegel (Taschen) findet man in folgender Weise: Da eine Tasche bei uns 7" breit und 14" lang ist, so dividirt man mit 7 in die Länge des Daches, natürlich auch in Zollen ausgedrückt, um zu sehen, wie viele Taschen in eine Reihe gehen; es frägt sich nun, wie viele Reihen es sind, diese Zahl findet man, wenn man mit der Weite der Lattung, d. i. bei einer

solchen Lattung mit 8″, in die Sparrenlänge theilt, die sohin erhaltenen beiden Zahlen werden multiplicirt, und man hat die Anzahl der Taschen für eine Dachseite, z. B. Das Dach ist 45′ lang und seine schräge Höhe beträgt 20′, wie viele Taschen braucht man, vorausgesetzt wird, daß es ein sogenanntes deutsches Dach ist? 7″ ist in 45′=540″ enthalten 77,14.. also sind in einer Reihe 77,14 Taschen nothwendig. 8″ ist in 20=240′, enthalten 30 mal, folglich braucht man 30 Reihen, mithin 30.77,14 = 2314,2 = 2315 Taschen, und für die beiden Seiten 4630.

Man könnte die Berechnung auch so führen: Zuerst berechne man den Flächeninhalt der unverdeckten Taschenfläche, welche bei 8″ Lattung 7.8=56□″ ist; dann siehe man, wie oft 56□″ in 1□′ = 144□″ enthalten ist =2.6 (abgerundet), folglich gehen auf 1□′ 2,6 Taschen. Die Dachfläche hat 45.20.2=1800□′ mit 1800.2,5=4680 Taschen. Dieses Resultat ist gegen das vorige um 50 zu groß, was in der Praxis keinen erheblichen Unterschied ausmacht.

682) Ist das Dach ein Walmdach, so suche man das arithimetische Mittel zwischen Firstlänge und der damit parallen Seite, indem man beide addirt und durch 2 dividirt, und dann ebenso verfährt, wie vorher. Um die Taschen zur Walmfläche, d. i. zu den beiden Dreiecken zu erhalten, verfährt man in ähnlicher Weise so, indem man hier ebenfalls das arithmetische Mittel sucht, d. i., die Grundseite durch 2 dividirt, da die der Grundseite gegenüberliegende =0 ist. Z. B. Hat der First eines Walmdaches 44′, die damit parallele Seite 50′ und ist die Grundseite der Walmfläche 36′, d. h. ist das Gebäude 36′ breit und die Sparrenlänge 24′, so ist die Rechnung: $\frac{80+44}{2} = \frac{124}{2} = 62' = 744''$; es stecken 7″ in 744″ 106,3 mal, daher 106,3 Taschen in einer Reihe; dann stecken 8″ in 24′=288″ 36 mal, also sind es 36 Reihen, folglich 106,3.36=3826,8 Taschen. Dieses Resultat nimmt man 2 mal=7653,6, nämlich für beide Seitenflächen des Daches. Nun werden die Taschen für die beiden Walmflächen bestimmt; da die Grundlinie eines solchen Dreieckes 36′ beträgt, so ist die durchschnittliche Länge 18′=216″, da ferner 7″ in 216″ stecken=30,9 mal (abg.) so braucht man in einer Reihe 30,9 Taschen, es frägt sich nun noch, wie

viele Reihen es sein müssen; man erhält die Antwort auf folgende Art: 8″ stecken in 24′ = 288″ 36 mal, also sind es 36 Reihen, folglich 30,9 . 36 = 1112,4 Taschen, für beide Walmflächen 2224,8, mithin für das ganze Dach 9878,4 Taschen. In der Praxis erhält man die Zahl der Taschen bequemer, wenn man die Länge des Daches an der Traufe mit der Sparrenlänge, das Product mit 2 multiplicirt, vorausgesetzt, daß die Sparren der Walmfläche unter demselben Winkel liegen, als jene der Seitenfläche. Das vorige Beispiel berechnet, gibt: 80 . 24 . 2 = 3840□′ und mit 2,6 Taschen multiplicirt gibt 9984 Taschen, welches gegen das vorige Resultat um 105,6 zu groß ist. Die Länge des Firstes von solchen Dächern erhält man, wenn man die Breite von der ganzen Dachlänge abzieht. Z. B. 80′ — 36′ = 44′.

683) Wie viel Taschen sind zur Deckung eines deutschen Dachstuhles nöthig, wenn das Dach 87′ lang, die Sparrenlänge $26\frac{1}{2}$′ und die Weite der Lattung 8″ ist? Wie viel bei 9″ Weite der Lattung?

684) Wie viele Taschen braucht man zu einem Walmdache, wenn die untere Länge 76′, die Breite des Gebäudes 28′, die Sparrenlänge 20′, die Weite der Lattung 8″ beträgt? Wie viel bei 7″ Lattung? Was kosten die Ziegel, wenn 1000 Stück 16 fl. kosten?

685) Die Anzahl der Latten findet man in ähnlicher Weise wie jene der Taschen, man theilt mit der Lattenlänge in die Dachlänge, um die Zahl der Latten für eine Reihe zu erhalten, die Zahl der Reihen erhält man, wenn man mit der Weite der Lattung in die Sparrenlänge theilt, das Product der gefundenen beiden Quotienten gibt die Zahl der Latten. Z. B. Ein Satteldach ist 75′ lang und die Sparrenlänge beträgt 27′, wie viel Latten sind erforderlich, wenn eine 20′ lang ist und 9″ weit gelattet wird? $\frac{75}{20}$ = 3,75 Latten in eine Reihe; 27′ = $\frac{324''}{9}$ = 36 Lattenreihen, folglich 3,75 . 36 = 135 Latten für eine Seite, also 270 für beide. Wie viel braucht man dazu Nägel? Von 3′ zu 3′ liegt ein Sparren, also ist auch in solcher Entfernung 1 Nagel nothwendig. Demnach erfordert eine Latte $\frac{20}{3}$ = 6,6 Nägel, wobei man für jede Latte einen zugibt, mithin für obiges Dach 270 . 7,6 = 2052 Nägel.

686) Wie viele 20′ lange Latten bei 9″ Lattung braucht

man zu einem Satteldache, welches 56' 8" lang, und wovon die Sparrenlänge 20' beträgt? Wie viel Nägel?

687) Die große Grundlinie eines Walmdaches mißt 86', die Grundseite der Walmfläche 35'; die Sparren stehen alle unter gleichem Winkel und jeder ist 22' lang; wie viele 18' lange Latten braucht man, wenn die Weite der Lattung 7" ist? Wie viel Nägel? Wie viel Taschen, wenn eine 6" breit und 15" lang ist?

688) Eine Person braucht mit Einrechnung des Betstuhles in der Kirche einen Platz von 6□'. Ein Kind nimmt in der Schule einen Platz von 7□' ein, Bank, Gang mitbegriffen. Ein Pferd braucht einen Raum von 100□' mit Einrechnung des Borns, Ganges, Futterkastens, Bettstelle des Knechtes. Ein Schaf hat einen Raum von 7 □' mit Einschluß des Raumes zu Futter. Ist eine bestimmte Fläche gegeben, so kann man durch Division mit 6□', 8□' 2c. erfahren, wie viel Personen 2c. darin Platz nehmen können. Z. B. Der Fußboden einer Kirche ist 200' lang, 150' breit, wie viel faßt sie Menschen? $\frac{200 \cdot 150}{6} = \frac{30000}{6} = 5000.$

689) Ein Schulzimmer ist 36' lang und 18' breit, wie viel Schüler haben darin Platz?

690) Ein Pferdstall ist 36' lang und 20' breit, wie viel Pferde haben Platz?

691) Ein Schafstall ist 48' lang und 36' breit, wie viel Schafe können darin sein?

692) Eine Parabel, Fig. 66, ist eine Linie, welche entsteht, wenn man einen Kegel so schneidet, daß der mit einer Seite parallele Schnitt von irgend einem Punkte der Umfläche an durch die Grundfläche geht. Mechanisch wird sie so verzeichnet: man macht die Gerade ab, setzt darauf eine Senkrechte, nimmt in dieser einen Punkt c an, den Scheitel in einiger Entfernung von ab und ebenso weit von c auch den Punkt d, den Brennpunkt. Dahin schlägt man einen Nagel, an welchen man eine Schnur befestiget. An die Linie ab legt man ein hölzernes Dreieck, dessen eine Cathete ef an der Senkrechten anliegt. In dieser Lage befestigt man die bis an den Punkt c gespannte Schnur im Punkte g. Wenn man das Dreieck an der Linie ab vorrückt und mit einem Bleistift unter der so gespannten Schnur die Aufzeichnung bewerkstelliget, so be-

kömmt man die bezeichnete Figur. Der Inhalt der Parabelfläche wird gefunden, wenn man das Product aus der Basis in die Höhe mit $\frac{2}{3}$ multiplicirt. Z. B. Ein Gärtner verzeichnete eine Parabel, deren Basis 25′ und deren Höhe 31′ hat, welchen Inhalt wird die Parabel begränzen? $\frac{2}{3} \cdot 25 \cdot 31 = \frac{1550}{3} = 516{,}6$□′..

693) Welchen Inhalt hat eine Parabel, welche eine Höhe von 19′ und eine Basis von 13′ hat?

694) **Das Volumen** eines unregelmäßigen Körpers wird erhalten, wenn man ihn in ein prismatisches Gefäß, welches im Innern genau nach dem Längenmaße scalirt ist, bringt und darüber Wasser oder Sand gießet. Man merke sich die Höhe des Wassers oder Sandes, thue dann den Körper wieder vorsichtig heraus, und merke sich den Stand der Höhe neuerdings. Besser verfährt man, wenn man sich zuerst den Wasserstand merket, dann den Körper hineingelegt, und die Höhe abermal notirt. Die Grundfläche des Gefäßes, multiplicirt mit dem Höhenunterschiede gibt den kubischen Inhalt des Körpers. Z. B. Die Grundfläche des Gefäßes ist 8″ lang und 5″ breit, man schüttet Wasser darein, welches eine Höhe von 9″ erreicht; darauf legt man einen vieleckigen Eisenklumpen hinein, wodurch das Wasser bis auf $12\frac{2}{3}$″ steigt; welchen Inhalt hat das Stück Eisen? $8 \cdot 5 \cdot 3\frac{2}{3} = 146{,}6$c″..

695) Es soll mittelst dieses Gefäßes der Inhalt eines unregelmäßigen Goldklumpens bestimmt werden. Das Wasser erreicht, ehe der Körper ins Gefäß kömmt 7″ und nach hineingelegtem Körper $11\frac{1}{3}$″, welchen Inhalt hat der Körper?

696) **Mauerbänke** nennt man jene Balken, welche auf der Mauer liegen, worauf die Hauptbalken oder Trame eingelassen sind. In den Tramen sind die schräg aufstehenden Sparren eingezapft. Die Zahl der Trame findet man, wenn man mit 3 in die Länge der Mauerbank dividirt, da dieselben wie gewöhnlich 3′ weit auseinander sind, dem Quotient aber 1 addirt. Die Zahl der Sparren ist doppelt so groß. Die Zahl der Kehlbalken, Schwellen, Pfetten, Säulen, Spannriegel, Schwenk- und Kreuzbüge richtet sich nach den Tramen. Z. B. Wie viele Tramen und Sparren sind zu einem Dachstuhle erforderlich, wenn derselbe $74\frac{1}{3}$′ lang ist. $\frac{223}{9} = 24{,}7$, wofür man 25 nimmt, folglich 26 Trame

und 52 Sparren; was kosten diese Balken, wenn der laufende Schuh 4 kr. kostet, ein Tram 36′ und ein Sparren 23′ lang ist? — 142,13.. fl. —.

697) Wie viele Tramen, Sparren sind nöthig zu einem Dachstuhle, wenn das Dach 76′ lang und 25′ breit, und die Sparrenlänge 17′ ist, was kosten diese Balken, wenn der laufende Schuh $4\frac{1}{2}$ kr. kostet, die Mauerbänke werden ebenfalls gerechnet?

698) Ein Sterngewölbe, Fig. 67, ist jenes, dessen Theile Viertelwalzenabschnitte sind; die Grundfläche ist eine regelmäßige Figur s. 634. Der kubische Inhalt ist das Produkt der doppelten Grundfläche in die Dicke s. 490. Welchen kubischen Inhalt hat ein $\frac{1}{2}$ Stein dickes Sterngewölbe, welches ein regelmäßiges Siebeneck zur Grundfläche hat, wovon jede Seite 8′ lang, und die Senkrechte aus dem Mittelpunkte auf eine Seite 8,6′. Man rechnet ein Dreieck $= 4 . 8{,}6 . 7^{c\prime} = \frac{8 . 8{,}6}{2} = 34{,}4\square' . 2 = 688$, und nimmt dieses Resultat 7 mal $= 481{,}6\square'$ mal die Dicke $= 481{,}6 . \frac{1}{2} = 481{,}4^{c\prime}$; wie viel Steine?

699) Wie man den Bodendruck berechnet, ebenso bestimmt man den Druck auf den Deckel aufwärts, Fig. 68, nur ist hier die Höhe der Unterschied der beiden Wasserspiegel ab. Z. B. Welchen Druck erleidet der Deckel eines Gefäßes, der 4′ lang und 3′ breit ist; die Höhe ab beträgt $4\frac{1}{3}$′? — $4 . 3 . \frac{13}{3} . 44$ Pf.

700) Die leichte Sprengung der Bedielung eines Sturzbodens, wenn das aufgestaute Wasser mit der untern Fläche dieses Bodens in Communication steht, ist somit klar. Wenn der Sturzboden der ehemaligen Isarschleuse 198′ lang und 22′ breit war, das $6\frac{1}{3}$′ aufgestaute Wasser mit der untern Sturzbodenfläche in Communication stand, so frägt es sich, wie viel Kraft auf den Boden drückte?

701) Die Verbindung zweier Flaschen mittelst eines Seiles heißt Flaschenzug, s. 328 Fig. 20. Welche Kraft ist zur Hebung einer Last erforderlich, wenn derselbe drei bewegliche Rollen hat und die Last 947 Pf. beträgt? Die in 328 angegebenen Hindernisse im Betrage von $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{5}$ der Last werden berücksichtiget. $\frac{947}{6} + \frac{1}{5} . 947 = 157{,}833 + 189{,}4 = 347{,}233$ Pf.

702) Welche Kraft mit Berücksichtigung der Reibung ist

zur Hebung der Last von 7843 Pf. mittelst eines gemeinen Flaschenzuges, der 4 bewegliche Rollen hat, nöthig?

703) Die Kräfte werden dadurch gemessen, daß man sie an dem einen Ende eines Seiles wirken läßt, während an dem andern Ende des über eine Rolle gehenden Seiles ein Gewicht befestiget ist, welches von der Kraft in die Höhe gehoben wird. Das Product der Kraft in die Höhe oder in die Geschwindigkeit binnen einer Secunde heißt das mechanische Moment der Kraft. Z. B. ist das mechanische Moment eines Menschen 67,5, d. i. ein Mensch kann 25 Pf. in einer Secunde 2,7' hoch mittelst des bezeichneten Seiles heben; dieses Moment beträgt in der Minute 67,5.60 = 4050 Pf.; das mechanische Moment des Pferdes ist 420, d. i. es kann 100 Pf. in der Secunde 4,2' hoch heben, dieses Moment beträgt in der Minute 420.4,2 = 25000 in runder Zahl; das mechanische Moment eines Ochsen ist 270, d. i. er kann 100 Pf. in der Secunde 2,7' heben, dieses Moment beträgt in der Minute 270.60 = 16000 in runder Zahl.

704) Das Product des mechanischen Momentes in die Dauer ihrer Wirkung heißt der Totaleffekt einer Kraft. Der Nutzeffekt hingegen ist die Leistung, welche übrig bleibt, wenn man die erforderliche Kraft zur Bewältigung der Hindernisse von dem Totaleffekte abzieht.

705) Der Stoß des Wassers auf eine Schaufelfläche eines unterschlächtigen Rades ist dem Gewichte einer Wassersäule gleich, welche die Schaufelfläche zur Grundfläche und die Druckhöhe zur Höhe hat, also $= Gfl.h.w.$ Das mechanische Moment des Wassers nach der vorigen Erklärung = Stoßkraft. Geschw. $= Stk.\,.\,C.$ Das mechanische Moment des gewöhnlichen unterschlächtigen Wasserrades ist nur die Hälfte von jenem des bewegenden Wassers $= Stk.v = Stk.\frac{c}{2}$.

706) Die Leistung eines gewöhnlichen unterschlächtigen Wasserrades in der Minute wird wie folgt berechnet: man multiplizirt die Stoßkraft mit der Geschwindigkeit des Rades, d. i. mit der Hälfte der Geschwindigkeit des Wassers, und schließlich dieses Product mit 60, also: $Stk.v.60.$ Z. B. Die Schaufel ist 2' lang und 1' breit, die Druckhöhe 6', die Radgeschwindigkeit 10', wie groß ist die Leistung in der Minute; 44.2.6.10.60 = 316800. Will man die Leistung in Pfer-

dekräften ausdrücken, so hat man die gefundene Zahl nur mit dem Momente der oben bezeichneten Pferdekraft zu dividiren, als: $\frac{316800}{25000}$ = 12 Pferde (abgerd.). Wie viel nach Menschenkräften?

707) Der Nutzeffekt eines solchen gewöhnlichen unterschlächtigen Rades ist nach Smeaton der dritte Theil vom Kraftmomente des Wassers und jener des Ponceletrades*) Fig. 69. 0,7, wodurch der bezeichnete Vorzug so auffallend wird. Da das Kraftmoment des Wassers = Stk. C = w. f. h. c ist, so ist die nützliche Leistung vom vorigen Beispiele; $\frac{44 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 20}{3}$ = 3520; wäre es unter übrigens gleichen Verhältnissen ein Ponceletrad, so wäre der Nutzeffekt = 44.2.6.20.0,7 = 7392. für die Secunde.

708) Welches ist der Nutzeffekt eines gewöhnlichen unterschlächtigen Rades, wenn die Schaufel 2′ lang 1′ breit ist, die Druckhöhe 5′, also die Geschwindigkeit des Wassers 18,42′ ist? Welchen Nutzeffekt hat unter denselben Verhältnissen ein Ponceletrad? Welches ist die Leistung nach Pferde- und Ochsenkräften?

709) Der Effekt eines oberschlächtigen Wasserrades, Fig. 70, in der Minute ist gleich dem Producte aus dem Gewichte der in einer Minute herströmmenden Wassermenge in den wasserhaltenden Bogen, der nahe $\frac{5}{6}$ Durchmesser des Theilrisses ist. — w. M. 60 . $\frac{5}{6}$d — z. B. Welchen Nutzeffekt leistet ein oberschlächtiges Wasserrad in der Minute, wenn der Querschnitt des zuströmenden Wassers 2□′, die Geschwindigkeit 20,1′ und der Durchmesser des Theilrisses 15$\frac{1}{3}$′ beträgt? 44.2.20,1.60. $\frac{5}{6}$. $\frac{46}{3}$. Davon $\frac{2}{3}$ = Nutzeffect.

710) Wie findet man aber die Wassermenge M.? Man multiplicirt (s. 670) die Querschnittfläche des Wasserprisma mit der Geschwindigkeit c. Wie findet man aber außer der Anwendung eines Strommessers c? Man sucht die Geschwindigkeit eines Theilrißpunktes am Wasserrade, indem die Geschwindigkeit v des Rades der Geschwindigkeit c des auffallenden Wassers gleichgesetzt werden kann. Diese findet man,

---

*) Daß dieses überaus günstige Verhältniß wirklich stattfindet, habe ich mich durch den Bau eines solchen Rades selbst überzeugt. Ein solches Poncelet-Rad treibt die Wollspinnmaschinen des Hrn. Schweighofer dahier, und ist meines Wissens das erste angelegte in Niederbayern. Ein Modell kann mit Einschluß der Constructionsweise in einer Zeichnung nebst einer umständlichen Erklärung um 3 Kronenthaler abgegeben werden.

wenn man die Umdrehungszahl des Rades in der Minute in 60 Secunden theilt, wodurch die Zahl der Secunden erscheint, welche das Rad zu einer Umdrehung nöthig hat. Dividirt man mit dieser Zahl in die Theilriß-Peripherie, so kommt die Geschwindigkeit c oder v zum Vorschein. Z. B. Das Rad macht in der Minute 25 Umdrehungen, der Theilrißdurchmesser beträgt wie oben $15\frac{1}{3}'$, wie viele Secunden sind zu einem Umlaufe nöthig, welches ist die Geschwindigkeit des Wassers? $\frac{60}{25}=2,4$ Secunden zu einem Umlaufe. $\frac{15\frac{1}{3}.3,14}{2,4}=20,1$ (abgerundet) wie oben.

711) Der Effekt eines Kropf- oder mittelschlächtigen Rades, Fig. 71, ist im Durchschnitte um die Hälfte geringer, als jener eines oberschlächtigen. Es kömmt hierin auf die Größe des wasserhaltenden Bogens an. Z. B. Welchen Effekt gibt ein mittelschlächtiges Rad, wobei der Querschnitt des herströmenden Wassers $1\frac{1}{2}\square'$ beträgt, und wenn das Rad 20 Umläufe in der Minute macht, der Halbmesser des Theilrisses ist $7\frac{1}{2}$? Wie viel Pferdekräfte?

712) Die Turbinen leisten ungefähr dasselbe, wie die Poncelet-Räder?

Abkürzung der Division.

713) Man dividirt nach den angegebenen Regeln, läßt aber bei jeder neuen Division vom Divisor eine Ziffer weg, rechnet jedoch der Producten-Einheitstelle die vom weggelassenen Producte herüberzuzählende Ziffer ein. Z. B. 56,485 : 2,394 =

```
12,394|56485 = 4,557
        49576
  1239|6909
       6197  . . wegen 4.5 = 20 sind 2 addirt.
    123|712
        619  . .   »   5.9 = 45   »  4   »
      12|93
         86  . .   »   3.7 = 21   »  2   »
          1|8
            8
```

Hätte man ohne Abkürzung dividirt, so wäre zum Vorschein gekommen 4,5574.., also dasselbe bis auf die 4. Stelle.

714) Man dividire abgekürzt 1) 78,4567 : 7,8456; 2) 0,78434 : 0,96845, 3) 0,9784 : 0,784.

715) Wie viele Metres enthält ein Pariserfuß, wenn 3,078444 Pariserfuß einen Metre geben?

Reduction in Dezimalbrüchen.

716) Was geben 1) 3′ 5″ 8‴; 2) 4′ 6‴; 3) 7″ 8‴; 4) 3‴; 5) 3^0 6″ 7‴ Dezimalmaß durch Schuh mittelst Dezimalbrüchen ausgedrückt, was durch Dezimalruthen? Man darf nur die einzelnen Zahlen in eine zusammenschreiben, nach der Zahl, die Fuß ꝛc. ausdrückt, d. i. je nach der Frage den Dezimalstrich machen und die fehlenden durch Nullen ergänzen (s. 303). Z. B. ad 1) 3,58′; ad 2) 4,06′; ad 3) 0,78′; ad 4) 0,003′; ad 5) 30,67′; ad 1) $0{,}358^0$ ꝛc. In ähnlicher Weise wird ebenso beim Flächen- und Körpermaße verfahren.

717) Was geben 1) 66□′ 14□″; 2) 7□″ 87□‴; 3) 8□″ 39□‴; 4) 6□′ 42□‴ Dezimalmaß durch Quadratfuß und Quadratruthen mittelst Dezimalen ausgedrückt?

718) Was geben 1) $75^{c\prime}$ $15^{c\prime\prime}$ $46^{c\prime\prime\prime}$; 2) $4^{c\prime}$ $17^{c\prime\prime\prime}$; 3) $83^{c\prime\prime}$ $54^{c\prime\prime\prime}$; 4) $83^{c\prime\prime\prime}$; 5) $7^{c\prime\prime}$ $387^{c\prime\prime\prime}$ Dezimalmaß durch Cubikfuß und Cubikruthen mittelst Dezimalen ausgedrückt?

719) Das Reduciren geschieht übrigens auf zweierlei Weisen:

1) Wenn man die höhern Sorten in die verlangte höhere Art auflöst, s. 298, und den Bruch nach 572 in einen Dezimalbruch verwandelt, z. B. 6 fl. 36 kr. 3 dl. 1 hl. soll in einen tausendtheiligen Guldenbruch verwandelt werden, 6 fl. 36 kr. $3\frac{1}{2}$ = 6 fl. 36 kr. $\frac{7}{2}$ dl. = 6 fl. 36 + $\frac{\frac{7}{2}}{4}$ = 6 fl. $36\frac{7}{8}$ kr. = 6 fl. $\frac{36\frac{7}{8}}{60}$ = $6\frac{295}{480}$ fl. = 6,614 fl.;

2) wenn man, viel bequemer jedesmal die niedrigste Sorte in einen Dezimalbruch höherer Art macht, z. B. 6 fl. 36 kr. 3 dl. 1 hl. = 6 fl. 36 kr. 3,5 dl. = 6 fl. 36,875 kr. = 6,614 fl.

720)) Was geben 1) 7′ 8″; 2) 7^0 3′ 8″ 4‴; 3) 7′ 8‴; 4 5‴ Duodezimalmaß durch Fuß und Ruthen mittelst Dezimalen ausgedrückt?

721) Was geben 1) 154□' 46□"; 2) 7□° 14□' 141□'''; 3) 1□' 86□''' Duodezimalmaß durch Quadratfuß und Quadratruthen mittelst Dezimalbrüche ausgedrückt?

722) Was geben 1) 587c'''; 2) 15c" 2428c'''; 3) 7c' 36c''' Duodezimalmaß durch Kubikfuß und Kubikruthen mittelst Dezimalen ausgedrückt?

723) Was geben 1) 7° 54' 36"; 2) 24° 47' 55" 3) 36° 17' 25" in Graden durch Dezimalbrüche ausgedrückt?

724) Was betragen 3 Tage, 16 Stunden 28 Minuten 18 Secunden durch Stunden in hundertheiligen Dezimalbrüchen ausgedrückt?

725) Was geben 1) 4 fl. 30 kr. 2 dl.; 2) 9 fl. 48 kr. 3 dl. 1 hl; 3) 59 fl. 37 kr. 1 dl. 1 hl.; 4) 100 fl. 45 kr. 3 dt. 1 hl. in tausendtheiligen Guldenbrüchen?

Resolviren in Dezimalbrüchen.

726) Im zehntheiligen Maße wird beim Längen-Quadrat- und Cubikmaße in ähnlicher Weise, wie in 303 angegeben, verfahren, z. B. 0,4678□' = 46□" und 78□'''.

Was geben 1) 0,7845'; 2) 0,6787□°; 3) 0,7849□°; 4) 7,48567□'; 5) 6,78456c'; 6) 0,589456c"; 7) 4,567894568c° in den darin enthaltenen niedrigeren Einheiten des Dezimalmaßes?

627) Im Uebrigen muß mit der Reductionszahl, (s. 246), wirklich multiplicirt werden, z. B. 0,614 fl. wie viel kr., dl., hl.? 0,614 . 60 = 36,840 = 36 kr. und 0,84 kr. = 084 . 4 = 3,36 = 3 dl. und 0,36 dl. = 0,36 . 2 = 0,72 hl.

728) Was geben 1) 0,857', 2) 0,8456□', 3) 0,789494c', 4) 0,7845" in den darin enthaltenen Theilen des Duodezimalmaßes?

729) Was geben 1) 0,8945 fl., 2) 0,7843 fl., 3) 0,567 fl., 4) 0,67 kr., 5) 0,456 Centner, 6) 0,678 Pf., 7) 0,67 Lth., 8) 9,7845 Tage, 9) 8,748 Stunden, 10) 4,68°, 11) 0.678° in den darin enthaltenen niedrigen Einheiten aufgelöst?

Verwandlung des Duodezimalmaßes in das Dezimalmaß.

730) Man reducire zuerst nach der in 722 angegebenen Weise und resolvire hierauf nach 726. Z. B. 5' 6'' $7^{dd'''}$ sollen in Dezimalzoll verwandelt werden; 5' $6\frac{7}{12}$ = 5' 6,58'' = $5\frac{6,58}{12}$ = 5,548'; durch Resolution aber: 5' 5'' 4''' 8''''. Kommen Ruthen vor, so werden diese durch die Multiplication mit 12 in Fuß ausgedrückt. Z. B. 3° 1' $6^{dd''}$, wie viel im Dezimalmaße = 37' 6'' = 37,5' = 37' 5'' = 3° 7' 5''.

731) Was geben 1) 8' 9'' 5'''; 2) 9° 7' 8''; 3) 7° 8' 3''; 4) 9' 8'' 5''' Duodezimalmaß im Dezimalmaß?

732) Was geben 1) 6□' 47□'' 98□'''; 2) 9□° 5□' 68□'' 91□'''; 3) $36^{c'}$ $45^{c''}$ $49^{c'''}$; 4) $73^{c°}$ $46^{c'}$ $38^{c''}$; 5) $6^{c'}$ $15^{c'''}$ Duodezimalmaß im Dezimalmaße?

Verwandlung des Dezimalmaßes in das Duodezimalmaß.

733) Man resolvire zuerst, dann reducire man. Z. B. Was geben 3'' 6''' Dezimalmaß im Duodezimalmaße? = 0,36', jetzt reducire = 0,36'' = 0,36 . 12 = 4,32''; reducire ferner 0,32'' = 0,32 . 12 = 3,84'''; reducire endlich 0,84''' = 0,84 . 12 = 10,08'''', also 3'' $6^{d'''}$ = 4'' 3''' $10^{dd''''}$.

734) Was geben 1) 3' 5'' 6'''; 2) 7° 8' 6'' 9'''; 3) 44□' 25□'' 96□'''; 10□° 8□' 9□'''; 5) 7□'' 28□'''; 6) $4^{c'}$ $55^{c''}$; 7) $98^{c''}$ $99^{c'''}$; 8) $17^{c°}$ $8^{c'}$ $4^{c'''}$ Dezimalmaß im Duodezimalmaße?

735) Die Maß hat genau $43^{dc''}$, wie viel sind das im Duodezimalmaß?

736) Wie viel sind 1) $17^{c°}$; 2) 16□°; 3) 25° Duodezimalmaß im Dezimalmaß. Man mache die Ruthen zu Fuß und dann diese neuerdings mit der Reductionszahl zu Ruthen, z. B. $17^{c°}$ = 17 . 1728 = $29376^{c'}$ = $29^{c°}$ $376^{c'}$; 16□° = 16 . 144 = 2304□' = 23□°; 4□' 25°' = 25 . 12 = 300' = 30°.

Ueberhaupt aber, wie auch schon in 730 gesagt wurde, muß Alles auf Fuß zurückgeführt werden, denn der Fuß allein bleibt sowohl im Dezimal- als im Duodezimalmaße von derselben Länge, was z. B. bei Dezimal- und Duodezimalruthe nicht der Fall ist, denn die Dezimalruthe ist um 2'

kleiner als die Duodezimalruthe, hingegen ist der Dezimalzoll größer, als der Duodezimalzoll ꝛc. Was hier vom Längenfuß bemerkt ist, gilt in ähnlicher Weise auch vom Quadrat- und Kubikfuße ꝛc.

Arithmetisches Verhältniß, arithmetische Proportion und arithmetisches Mittel.

737) Eine Vergleichung zweier in derselben Einheit ausgedrückten, (gleichartigen) Größen in der Weise, daß man untersucht, um wie viel die eine größer ist, als die andere, heißt ein arithmetisches Verhältniß, und da es hier bloß auf den Unterschied ankömmt, so nimmt man das Zeichen der Subtraction. Z. B. Eine Mauer A ist 80′ lang und eine andere B 30′, wie verhalten sich ihre Längen? Da A, die Einheit, d. i. den Fuß, 80mal enthält und B 30mal, so ist A um 50′ länger und man sagt A verhält sich zu B wie 80 zu 30, welches man schreibt: 80 — 30.

738) Die Zusammenstellung zweier gleicher arithmetischer Verhältnisse durch das Gleichheitszeichen heißt eine arithmetische Proportion. Hier kommt die merkwürdige Eigenschaft vor, daß die Summe der beiden äußern Glieder gleich ist der Summe der beiden innern. Z. B. $6 - 9 = 7 - 10$, d. h. 6 verhält sich zu 9 wie 7 zu 10. Es ist $6 + 10 = 9 + 7 = 16 = 16$.

739) Damit dieses einleuchte erwäge man, daß man eigentlich die nämlichen Zahlen in den beiden Summen hat, denn in jeder Proportion ist das Hinterglied gleich dem Vordergliede und dem Unterschiede, also im vorigen Beispiel $9 = 6 + 3$; dann $10 = 7 + 3$. Man addirt die Außenglieder 6 und 10 und da $10 = 7 + 3$, wurde eigentlich addirt $6 + 7 + 3 = 16$. Man addirte die innern Glieder 9 und 7 und da $9 = 6 + 3$, wurde eigentlich addirt $6 + 3 + 7 =$ folglich in beiden Fällen die nämlichen Zahlen.

740 Sind die innern Glieder verschieden, so heißt die Proportion diskret, sind sie aber gleich, so heißt sie stetig und ein mittleres Glied ist jedesmal der Hälfte der Summe der beiden äußern Glieder gleich. Z. B. $6 - 9 = 9 - 12$; man schreibt eine solche Proportion auch an: $6 - 9 - 10$. Das mittlere Glied findet man also, wenn man die Hälfte der

Summe der Außenglieder nimmt, als: $\frac{6+12}{2} = \frac{18}{2} = 9$. Der Beweis ist aus dem Vorigen einleuchtend?

741) Das Aufsuchen eines mittleren Gliedes nennt man das Suchen des arithmetischen Mittels, und die gefundene Zahl heißt das arithmetische Mittel.

742) Der höchste Preis für ein Schäffel Waizen ist 18 fl. 30 kr. und der niedrigste 15 fl. 6 kr., welches ist der Mittelpreis? $\frac{18 \text{ fl. } 30 \text{ kr.} + 15 \text{ fl. } 6 \text{ kr.}}{2}$

743) Auf dem Grunde einer stetigen arithmetischen Proportion beruht auch das Auffinden des arithmetischen Mittels für mehrere Zahlen. Man versteht darunter eine Zahl, welche, so oft als Summand gesetzt, als einzelne Größen gegeben sind, eine eben so große Summe erzeugt, als die gegebenen Größen ausmachen. Z. B. Man nahm während 4 Jahre folgende Summen ein: im ersten Jahre 360 fl., im zweiten 780 fl., im dritten 544 fl. und im vierten 487 fl., wie viel kann im Durchschnitte auf ein Jahr gerechnet werden? $360 + 780 + 544 + 487 = 2171$ fl. in 4 Jahren, folglich $\frac{2171}{4}$ für ein Jahr $= 542\frac{3}{4}$ fl., denn nimmt man den Summand $542\frac{3}{4}$ 4 mal, so hat man 2171 fl.

744) In einem Orte starben binnen 6 Jahren 90, 99, 106, 108, 92, 94; dagegen wurden geboren: 110, 95, 109, 105, 117, 113; um wie viel übersteigt im Mittel jährlich die Zahl der Gebornen die der Gestorbenen?

745) Ein Kaufmann mischt 4 Pf. Tabak à 1 fl. mit 8 Pf. à 30 kr.; wie hoch kömmt das Pfund des Gemisches? Man setze an:

4	à 1 fl. — kr.	= 240 kr.
8	à — fl. 30 kr.	= 240 kr.
12		480 kr. $= \frac{480}{12} = 40$ kr.

746) Ein Weinwirth gießt in ein Faß 1) 26 Maß Wein à 30 kr., 2) 17 Maß à 18 kr., 3) 19 Maß à 36 kr. 4) 25 Maß à 48 kr., 5) 17 Maß à 26 kr., um das Fäßchen voll zu machen gießt er noch 6 Maß Wasser nach, was gilt eine Maß der Mischung?

747) Das Thermometer zeigte am ersten Tage $+6{,}5$; am zweiten $+5{,}7$; am dritten $-4{,}6$; am vierten $+9{,}1$; am fünften $+3{,}4$; am sechsten $-3{,}4$; am siebenten $-9{,}3$, wie hoch war der Thermometerstand im Durchschnitte?

748) Legiren oder Beschicken heißt z. B. Silber mit

Kupfer, Gold mit Silber rc. zusammenschmelzen. Feines Gold oder Silber heißt jenes, welches keinen Zusatz hat. Die Mark Gold hält 24 Karat, die Mark Silber 16 Loth; heißt z. B. Gold 20 karatig, so enthält es 20 Karat fein Gold und 4 Karat Zusatz, heißt Silber 14 löthig, so enthält es 14 Loth fein Silber und 2 Loth Zusatz.

749) Ein Silberarbeiter schmilzt 3 Mark 12 löthiges mit 1 Mark 8 löthiges Silber; wie viel löthig ist der zusammengescholzene Klumpen? =

3 Mark à 12 Loth = 36 Loth.
1 Mark à 8 Loth = 8 Loth.
4 Mark enthalten 44 Loth Silber, also 1 Mark = $\frac{44}{4}$ = 11 Loth.

750) Ein Silberarbeiter schmilzt 10 Loth $10\frac{1}{2}$ löthiges; 7 Loth 13 löthiges; 9 Loth $14\frac{1}{4}$ löthiges Silber zusammen und dazu noch 4 Loth Kupfer, wie viel löthig ist die Legirung?

751) Wie viel karatig wird ein Gold, das man erhält, wenn man 2 Mark 20 karatiges; 3 Mark 17 karatiges; 1 Mark $22\frac{1}{2}$ karatiges; $2\frac{1}{2}$ Mark $19\frac{3}{4}$ karatiges Gold, 1 Mark Silber und 2 Mark Kupfer zusammenschmilzt?

Geometrisches Verhältniß.

752) Eine Vergleichung zweier in derselben Einheit ausgedrückten (gleichartigen) Größen in der Weise, daß man untersucht, wie oft jede die zu Grunde gelegte Einheit enthält, heißt ein geometrisches Verhältniß. Um aber ein solches Verhältniß zu bestimmen, muß man die Zahlen angeben, welche anzeigen, wie oft jede der verglichenen Größen die zu Grunde gelegte Einheit enthalte. Diese Zahlen nennt man Verhältnißzahlen. Das Vergleichen wird durch : angedeutet. Macht die mit Worten ausgedrückte Größe, als die größere, das Vorderglied, so ist auch die darauf bezügliche größere Verhältnißzahl auch das Vorderglied und so umgekehrt das Hinterglied, wenn sie auf die kleine Größe Bezug hat, z. B. 1 fl. : 1 Krthl. = 60 : 162. Man bringe diese Zahlen durch Heben auf die kleinsten Ausdrücke; 1 fl. : 1 Krthl. = 10 : 27. Auch kann man sie auf die Grundverhältnisse bringen, wenn man mit der einen Zahl beide dividirt, d. i. wenn die eine

Verhältnißzahl selbst zur zu Grunde gelegten Einheit wird; 1 fl. : 1 Krthl. = 1 : $2\frac{7}{10}$. Im ersten Falle ist die zu Grunde gelegte Einheit 1 kr., im zweiten 1 Sechser und im dritten 1 fl. Würde gefragt sein, wie sich ein Kronenthaler zu einem Gulden verhielte, hieße es, wie 162:60 = 27:10 = $2\frac{7}{10}$:1. Ist die gemeinschaftliche Einheit oder das gemeinschaftliche Maß 1 Kreuzer, so enthält der Kronenthaler ihn 162 mal und der Gulden 60 mal; ist aber der Sechser die Einheit, so enthält der Kronenthaler denselben 27 und der Gulden 10 mal u. s. f.

753) 1) Wie verhalten sich 12 Loth zu 1 Pf.? 2) In welchem Verhältnisse steht der Gulden zum preußischen, zum sächsischen, zum Conventions-Thaler und zum Reichs-Thaler? 3) Wie verhalten sich 4 Ducaten (à 5 fl. 36 kr.) zu 8 Louisd'or (à 9 fl. 50 kr.)? 4) Wie verhält sich der Laubthaler (2 fl. 45 kr.) zur Karolin? 5) 1 Frank zum Rubel? 6) Wie verhält sich der Schuh zur Klafter? 7) Wie verhält sich die Dezimalruthe zur Duodezimalruthe in den kleinsten Ausdrücken? 8) In welchem Stammverhältnisse steht die Einwohnerzahl von Landshut (8000) zu jener von München (90000)? 9) Der Martinsthurm in Landshut hat 454', der Münster in Straßburg 484,8', der Stephansthurm in Wien 470,6', der Jodoksthurm in Landshut 265,5', in welchem Verhältniß steht der erstere zu jedem der übrigen? 10) Wie verhält sich die Mahlgebühr des Müllers (12 Drß.) zum Schäffel? 11) Die mittlere Geschwindigkeit der Isar beträgt 7' 7'' und die der Donau 6' 8'', wie verhalten sich die Geschwindigkeiten beider Ströme? 12) Wenn Jemand jährlich 500 fl. Besoldung hat und täglich 1 fl. 20 kr. ausgibt, wie verhält sich die Ausgabe zur Einnahme? 13) A. arbeitet in 5 Stunden so viel, als B. in 8 Stunden, wie verhält sich ihr Lohn zu einander? 14) Wie verhält sich im 15 karatigen Golde das beigemischte Silber zum reinen Golde? 15) Wie verhält sich im 10 löthigen Silber das beigemischte Kupfer zum reinen Silber? 16) Ein Krämmer verkauft den Centner Kaffee im Ganzen um 60 fl., das einzelne Pfund aber um 40 kr., wie verhalten sich die Preise? 17) Wie verhält sich die Holzklafter (126□') bei uns zu jener (90□') im bayrischen Wald?

754) Aus 752 geht hervor, daß

1) eine Größe bestimmt ist, wenn die Verhältnißzahlen und die zu Grunde gelegte Einheit bekannt sind, z. B.

Cvthl. : Krthl. = 24 : 27; wenn die Einheit 6 kr. ist, so hält der Conventionsthaler 24 . 6 kr. = 2 fl. 24 kr. ꝛc. oder auch Cvthl. : Krthl. = 8 : 9, wenn die Einheit 18 kr. ist, so ist der Kronenthaler 9 . 18 = 2 fl. 42 kr. ꝛc.:

2) eine Größe bestimmt ist, wenn die andere gleichartige bekannt und die Verhältnißzahlen gegeben sind, z. B. der Thurm I. : zum Thurm M. = 35 : 57, wenn M. 456′ hoch ist, so ist I. = $35 . \frac{456}{57}$ = 35 . 8 = 280′, d. i. M. oder 456 werden in 57 Theile getheilt und ein Theil 35 mal genommen.

755) Man sieht auch, daß das Product der äußern Glieder denselben Werth wie jenes der innern hat. Z. B. der Gulden verhält sich zum preußischen Thaler, wie 4 : 7 d. i. fl. : pr. Thl. = 4 : 7, mithin 7 fl. = 4 Thl. Das Verhältniß des abgelassenen fetten Kalkes zum Sande ist 1) dem innern Werthe (der Güte) nach 3 : 2, d. i. K : S = 3 : 2 d. i. 2 Theile Kalk = 3 Theile Sand, z. B. 2 Mtz. Kalk = 3 Mtz. Sand oder 2c′ Kalk = 3c′ Sand ꝛc. 2) Der Quantität nach wie 2 : 3 d. i. K. : S. = 2 : 3.

756) Reaumur setzte am Thermometer für den natürlichen Frostpunkt 0 Grad, Celsius 0, Fahrenheit 32 und de Lisle 150; Reaumur setzte für den Siedepunkt 80 Grad, Celsius 100, Fahrenheit 212 und de Lisle 0. Die Fundamental-Entfernung beträgt daher der Reihe nach = 80, 100, 180, 150 Grad. Wie verhalten sich also die verschiedenen Grade zu einander?

757) Wenn man die Verhältnißglieder mit derselben Zahl dividirt oder multiplicirt, so bleibt das Verhältniß ungeändert, z. B. die Weite der Thüre verhält sich zur Höhe derselben wie 1 : 2, man kann jedes Glied mit jeder beliebigen Zahl multipliciren, z. B. mit 3, so heißt es dann, wie 3 : 6 oder mit $3\frac{1}{2}$, dann heißt es wie $3\frac{1}{2}$ zu 7 ꝛc.

758) Die Breite eines Einfahrtthores verhält sich zur Höhe wie 8 : 12, dividirt man beide Glieder mit 4, also $\frac{8}{4} : \frac{12}{4}$, so hat man 2 : 3 oder noch mal mit 2 dividirt gibt $1 : 1\frac{1}{2}$. Daraus folgt, daß die Zähler der Brüche sich zu einander verhalten, wenn die Nenner gleich sind, und daß man nur Brüche unter gleiche Benennung bringen und die Zähler ins Verhältniß setzen darf, wenn man die Verhältnisse in ganzen Zahlen ausgedrückt haben will, s. 428 und 497. Z. B. das

Verhältniß der Breite eines Fensterstockes zur Höhe desselben ist wie $1:1\frac{1}{2}$, in ganzen Zahlen ausgedrückt $2:3$, denn $1.2:1\frac{1}{2}.2$ oder $2:3$. Oder $\frac{1}{2}:\frac{1\frac{1}{2}}{2}=\frac{1}{2}:\frac{3}{4}=\frac{4}{8}:\frac{6}{8}=2:3$. Aus gleichem Grunde verhalten sich die Nenner der Brüche verkehrt, wenn die Zähler gleich sind, z. B. $\frac{3}{4}:\frac{3}{5}=5:4$.

759) 1) Sehr guter Kalk nimmt abgelassen $2\frac{1}{2}$ so viel Volumen ein; wie verhält sich also der Quantität nach der gelöschte Kalk zum ungelöschten Kalke? 2) Man braucht hier $1\frac{49}{100}$c' Kalk und $4\frac{1}{8}$c' Sand, um daraus $4\frac{1}{2}$c' Mörtel zu gewinnen, wie verhält sich also der Kalk zum Sande? 3) Zu 1c' lagerhaften, großen Mauerbrocken braucht man $\frac{82}{1000}$c' Kalk und $\frac{25}{100}$c' Sand, wie steht das Verhältniß vom Kalk zum Sand? 4) Zu 1c' kleinen Mauerbrocken braucht man $\frac{165}{1000}$c' Kalk und $\frac{5}{10}$c' Sand, in welchem Verhältnisse steht also der Kalk zum Sande? 5) Wenn ein Bote täglich $14\frac{3}{4}$ Stunden Weges zurücklegt, während ein anderer $10\frac{1}{2}$ Stunde weit kommt, in welchem Verhältnisse stehen die zurückgelegten Wege? 6) Wenn A. in $5\frac{1}{2}$ Stunden so viel fertigt, als B. in $3\frac{3}{4}$ Stunden, wie wird sich dann der Lohn des B. zu jenem des A. verhalten? 7) Wie verhält sich der Metzen a) zum Viertel, b) zum Mäßel, c) zum Dreißiger? 8) A. vermauerte täglich gerade 500 Steine und B. genau $375\frac{1}{2}$, wie verhält sich ihr Fleiß zu einander? 9) Nach Smeaton braucht zur Erzielung eines gleichen Effectes ein unterschlächtiges Rad um 1,4 mehr Kraft, ein Kropfrad aber um 0,75 mehr als ein oberschlächtiges. Welches Verhältniß der Wasserkräfte findet statt für ein oberschlächtiges, ein Kropf- und ein unterschlächtiges Rad?

760) Auch mehrere Größen lassen sich im Verhältnisse zusammenstellen. Z. B. Bei einem Laufrade ist der Effekt eines Menschen $=1$, Pferdes $=6$, Ochsen $=1{,}77$, Esels $=2$, es verhalten sich die Effecte wie $1:6:1{,}77:2$.

Die relativen Festigkeiten der halben Cylinder verhalten sich je nach ihrer Lage, als: Fig. 72 abd : abc : acd $=$ $0{,}982:0{,}63:0{,}393$.

761) 1) Die mittlere Geschwindigkeit und dieselbe Dauer vorausgesetzt, ist die Kraft zum Lasttragen auf der Ebene beim Menschen $=1$, beim Pferde $=6$, beim Maulthiere $=7{,}6$, beim Esel $=4$, beim Kameel $=28$, beim Elephant 147, wie verhalten

sich die Kräfte? 2) Das Tragvermögen der Eiche = 1, der Buche = 1,08, der Fichte = 1,62, der Tanne = 1,46, des Gußeisens = 8,97 und des Schmideisens = 17,42; wie verhalten sich ihre relativen Festigkeiten? Wie verhalten sich die körperlichen Inhalte des Kegels, der Kugel, des Cylinders, Fig. 73, wenn der Kegel und der Cylinder einen größten Kreis der Kugel zur Grundfläche und den Durchmesser der Kugel zur Höhe haben, und der Inhalt des Kegels = $\frac{2}{3}r^3\pi$, der Kugel = $\frac{4r^3\pi}{3}$, des Cylinders = $2r^3\pi$; es wird bemerkt, daß $r^3\pi$ überall gestrichen werden kann?

Zusammengesetzte Verhältnisse.

762) Ist ein Verhältniß das Produkt mehrerer anderer Verhältnisse, so heißt es zusammengesetzt. Z. B. A. reiset 15 Tage täglich 10 Stunden und macht in 3 Stunden $1\frac{3}{4}$ Meilen; B. reiset 5 Tage täglich 10 Stunden und macht in 5 Stunden $3\frac{1}{3}$ Meilen, wie werden die zurückgelegten Wege beider sich verhalten?

A.		B.			
15	:	5	Verhältniß	der	Tage.
10	:	12	»	»	Stunden.
175	:	192	»	»	Wege auf 1 Stunde.

A.		B.					A.		B.		A.		B.
15	:	5	Verhältniß	der	Tage.	=	3	:	5	=	1	:	1
10	:	12	»	»	Stunden.		5	:	6		1	:	2
175	:	192	»	»	Wege in 1 St.		175	:	192		175	:	192

Verhältniß der Wegeslängen 175 : 384

Beispiel. A. und B. arbeiten bei einem Baue, und zwar A. in der Woche 6 Tage, täglich 12 Stunden; B. aber in der Woche $3\frac{3}{4}$ Tage, täglich 11 Stunden; A. arbeitet in 9 Stunden so viel, als B. in 11 Stunden, wie wird sich am Ende die Menge der Arbeit zu einander verhalten? Wie verhalten sich ihre Löhne?

A.		B.							
6	:	$3\frac{3}{4}$	Verh.	der	Tage	=	2	:	5
12	:	11	»	»	Stunden		4		
11	:	9	»	»	Fleißes		4	:	1
							1	:	3
							32	:	15 Verh. d. Arb.

763) 1) A. hat 4 Geldsäcke, B. 7 von einer andern Sorte; jedes Stück von A. hat 3 Loth, von B. aber jedes $1\frac{3}{4}$ Loth, dem Werthe des Goldes nach verhalten sich die Stücke von B. zu jenen von A. wie 4:3, in welchem Verhältnisse stehen die Werthe jener Münzen? A. ging 4 Stunden, B. 7 Stunden, die Schritte von A. verhielten sich der Größe nach zu denen des B. wie 5:7, und der Geschwindigkeit nach wie 5:3; wie wird sich der Weg von A. zu dem von B. verhalten? 3) Jemand hat von 2 Waizenfeldern die Ernte in Vergleich gezogen, um das Verhältniß des Getraidwerthes zu erforschen. Das eine Feld bildet ein Trapez, wovon eine parallele Begränzungslinie 68' die andere 40' hat, die Senkrechte auf beide mißt 48'; das andere hat die Gestalt eines Dreieckes, wovon die Grundlinie 80' und die Höhe 36' beträgt? Das Verhältniß der Körnermenge auf gleichem Raume ist wie 12:15 und das Gewicht der Körner wie 10:8; welches ist das obengenannte Verhältniß? 4) In welchem Verhältnisse stehen die Werthe folgender Geldbörsen, wenn der eine mit 25 Dukaten à 5 fl. 30 kr., und der andere mit 36 $3\frac{1}{2}$ Guldenstücke gefüllt ist? 5) Schreiber A. schrieb 12 Tage, ebenso Schreiber B. Am Ende entstand die Frage, in welchem Verhältniß die Menge des Geschriebenen von beiden stehe, A. hatte 214 Seiten, B. 348. Was die Größe des Papiers betrifft, so verhält sich die Seite von A. zu der von B. wie sich 7:6. A. schrieb auf denselben Raum stets 9 Wörter, wohin B. nur 7 brachte.

Geometrische Proportion.

764) Die Zusammenstellung zweier gleicher geometrischer Verhältnisse durch das Gleichheitszeichen ist eine geometrische Proportion oder Verhältniß-Gleichung, die man gewöhnlich bloß Proportion nennt.

765) In jeder Proportion kommen 2 wesentliche Merkmale vor, nämlich:

1) die Glieder desselben Verhältnisses haben dieselbe Einheit,
2) die homologen Glieder, das I. und III. oder das II. und IV. Glied, haben gleich vielmal die Einheit, z. B. 8 Pf. : 12 Pf. = 6 fl. : x. Hat das erste Verhältniß 8 zur Einheit, so hat das Hinterglied 12, dieses 8 in

sich $1\frac{4}{8} = 1\frac{1}{2}$ mal. Auch im zweiten Verhältnisse ist 6 die Einheit, die im Hinterglied x ebenfalls $1\frac{1}{2}$ mal stecken muß, also $x = 1\frac{1}{2} . 6 = 9$. Man kann auch jede andere Einheit z. B. 2 Pf. zu Grunde legen. Im Verhältnisse 8 Pf : 12 Pf. enthält das Vorderglied die Einheit 2 in sich 4 mal, das Hinterglied 12 aber 6 mal und die Verhältnißzahlen sind sohin 4:6. Dieselben Verhältnißzahlen müssen auch im zweiten Verhältnisse 6 fl.: 9 fl. sein; das Vorderglied 6 muß die Einheit ebenfalls 4 mal und das Hinterglied 9 aber 6 mal enthalten; Einheit $\frac{3}{2}$.

766) Daraus folgt nun der wichtige Satz, daß das Product der Außenglieder gleich ist dem Producte der innern Glieder, da gleiche Faktoren gleiche Producte geben, denn die obige Proportion 8 Pf. : 12 Pf. = 6 fl. : 9 fl. heißt nun auch:

$$4 . 2 \text{ Pf.} : 6 . 2 \text{ Pf.} = 4 . \tfrac{3}{2} \text{ fl.} : 6 . \tfrac{3}{2} \text{ fl.},$$

die Außenglieder sind: $2 . 4 . \frac{3}{2} . 6$; die innern: $2 . 4 . \frac{3}{2} . 6$, also genau dieselben.

767) Aus den beiden wesentlichen Merkmalen geht ferner so klar hervor, daß man ein fehlendes Glied der Proportion finden kann, denn 1) muß es mit demjenigen, mit welchem es in demselben Verhältnisse steht, gleiche Einheit, und 2) mit dem homologen Gliede die Einheit gleich vielmal haben, z. B. 8 Pf. : 12 Pf. = 6 fl. : x fl. Das mit x homologe Glied 12 hat die Einheit 8 in sich $1\frac{4}{8}$ mal, also muß x die Einheit 6 ebenfalls $1\frac{4}{8}$ mal enthalten, folglich ist $x = 9$.

768) Zu den besondern Eigenschaften gehören ferners:

1) Die Glieder des Verhältnisses können mit der nämlichen Zahl multiplicirt oder dividirt werden, wodurch nur die Einheit, nicht aber die Menge der Einheiten verändert wird, z. B.

$$8 : 16 = 3 : 6 =$$
$$8 : 16 = 6 : 12 =$$
$$4 : 8 = 3 : 6 =$$

2) Die homologen Glieder können mit derselben Zahl dividirt oder multiplicirt werden, wodurch die homologen Glieder gleich viel Einheiten behalten, z. B.

$$5 : 15 = 10 ; 30 =$$

$$1 : 15 = 2 : 30 =$$
$$1 : 1 = 2 : 2 =$$
$$8 : 1 = 16 : 2 =$$

3) Die homologen Glieder können um gleich viele Einheiten vermehrt oder vermindert werden, weil die Einheit ungeändert bleibt, und nur die gegenseitige Menge der Einheiten gleichmäßig verändert wird,

$$6 : 3 = 18 : 9 =$$
$$(6+2) : 3 = (18+6) : 9 =$$
$$(6-2) : 3 = (18-6) : 9 =$$

769) Zu ferneren besondern Eigenschaften, wenn alle 4 Glieder der Proportion gleichartig sind, gehören:

1) Die Außenglieder und innern Glieder lassen sich verwechseln, weil die Verhältnißglieder gleiche, die homologen Glieder gleich viele Einheiten haben, 2 Ct. : 4 Ct. = 20 Pf. : 40 Pf, man schreibe

   2 . 100 Pf. : 4 . 100 Pf. = 2 . 10 Pf. : 4 . 10 Pf.

   man verwechsele:

   2 . 100 Pf. : 2 . 10 Pf. = 4 . 100 Pf. : 4 . 10 Pf.

   da es in Absicht auf das Product ganz gleich ist, in welcher Ordnung die Faktoren multiplicirt werden, so hat man:

   100 . 2 Pf. : 10 . 2 Pf. = 100 . 4 Pf. : 10 . 4 Pf.

   daraus ist ersichtlich, daß das Verhältniß der Vorderglieder gleich ist dem Verhältnisse der Hinterglieder.

2) Die Summe oder der Unterschied der Vorderglieder verhält sich zu der Summe oder dem Unterschiede der Hinterglieder, wie jedes Vorderglied zu seinem Hintergliede, z. B.

   $3a : 4a = 3b : 4b$ verwechselt die innern Glieder

   $3a : 3b = 4a : 4b$ addirt oder subtrahirt

   $(3a \pm 3b) : 3b = (4a \pm 4b) : 4b$ verwechselt die innern Glieder

   $(3a \pm 3b) : 4a \pm 4b) = 3b : 4b$, weches den Satz beweist.

770) Jede Proportion kann auf 4 Arten geschrieben werden wie folgt:

Pf. Pf. fl. fl.

1) 2 : 4 = 3 : 6; 2) 4 : 2 = 6 : 3; 3) 3 : 6 = 2 : 4;

4) $6:3=4:2$; weil hiedurch weder die Einheit noch die Menge derselben geändert wird.

771) Sind alle 4 Glieder der Proportion gleichartig, kann man 8 Veränderungen machen: 1) $2:4=3:6$; 2) $2:3=4:6$; 3) $4:2=6:3$; 4) $4:6=2:3$; 5) $3:6=2:4$; 6) $3:2=6:4$; 7) $6:3=4:2$; 8) $6:4=3:2$. Man sieht, daß mittelst der Verwechslung der innern Glieder immer eine Zahl den ersten Platz zweimal einnehmen kann.

772) Aus 2 oder mehreren Proportionen kann man eine dadurch bilden, daß man die Glieder der Ordnung nach durch Multiplication oder Division verbindet, wodurch die Einheiten und die Mengen derselben gleichmäßig verändert werden.

Z. B. $2:\ 4=\ 4:\ \ 8$ durch Multiplication.

$$\begin{array}{l} 4:\ 8=\ 8:\ 16 \\ \hline 8:32=32:128. \end{array}$$

Man hat $(2.4)(1.1):(4.8)(1.1)=(2.4)(2.2):(4.8)(2.2)$, woraus zu ersehen ist, daß die Verhältnißglieder $(2.4)(1.1):(4.8)(1.1)$ gleiche Einheit, nämlich 1.1 haben, ebenso die Verhältnißglieder $(2.4)(2.2):(4.8)(2.2)$ gleiche Einheit 2.2, und daß die homologen Glieder gleich vielmal die Einheit enthalten.

$2:4=4:\ 8$ Durch Division:

$$\begin{array}{l} 4:8=8:16 \\ \hline \frac{2}{4}:\frac{4}{8}=\frac{4}{8}:\frac{8}{16} \end{array}$$

Man hat $\frac{1}{2}.\frac{2}{2}:\frac{2}{4}.\frac{2}{2}=\frac{1}{2}.\frac{4}{4}:\frac{2}{4}.\frac{4}{4}$, wodurch die Verhältnisse gleiche Einheit und die homologen Glieder gleich vielmal die Einheit haben.

773) Bei zwei oder mehrern Proportionen können die Hinterglieder der vorhergehenden Proportion den Vordergliedern der nachfolgenden gleich sein, alsdann werden die gleichen Glieder gestrichen, da sie durch Division gehoben werden können. Diese Verbindung der Proportionen nennt man die Verbindung aus dem Gleichen. Z. B.

$$\begin{array}{l} 2:\ 4=\ 5:10 \\ 4:\ 8=10:20 \\ 8:16=20:40 \\ \hline \end{array}$$

$2:\not{4}.\not{8}:\not{4}.\not{8}.16=5.\not{1}\not{0}.\not{2}\not{0}:\not{1}\not{0}.\not{2}\not{0}.40$ folglich verhält sich das erste Glied der ersten Proportion zum zweiten Gliede der letzten, wie sich verhält das dritte der ersten zum letzten Gliede der letzten Proportion oder $2:16=5:40$.

774) Aus dem Vorhergehenden sind auch folgende 2 Sätze klar:

1) Sind in 2 Proportionen die Vorderglieder gleich, so sind die Hinterglieder proportionirt, z. B.

$$\begin{array}{c} 3:6=5:10 \\ 3:9=5:15 \\ \hline 6:9=10:15 \end{array} = \begin{array}{c} 3:6=5:10 \\ 9:3=15:5 \\ \hline 9:6=15:10 \end{array}$$

2) Sind die Außenglieder gleich, so sind die Mittelglieder umgekehrt proportionirt, z. B.

$$\begin{array}{c} 3:6=10:20 \\ 3:12=5:20 \\ \hline 6:12=5:10 \end{array} = \begin{array}{c} 3:6=10:20 \\ 12:3=20:5 \\ \hline 12:6=10:5 \end{array}$$

775) Erhebt man die 4 Glieder der Proportion zu gleichen Potenzen, oder zieht man aus ihnen gleiche Wurzeln, so erhält man wieder eine Proportion, z. B.

a) $2:4=5:10$. Man erhebe die Glieder zur zweiten Potenz, dann ist: $2^2:4^2=5^2:10^2$, welches aus 772 folgt, als:

$$\begin{array}{c} 2:4=5:10 \\ 2:4=5:10 \\ \hline 2^2:4^2=5^2:10^2 \end{array}$$

b) $2:4=5:10$. Man ziehe die Quadratwurzel aus: $\sqrt{2}:\sqrt{4}=\sqrt{5}:\sqrt{10}$, da nun das Product der Außenglieder gleich ist dem Producte der innern Glieder, also $2\cdot10=4\cdot5$ und $\sqrt{2\cdot10}=\sqrt{4\cdot5}$ oder $\sqrt{2}\cdot\sqrt{10}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{5}$. Aus dieser Productengleichung kann die Verhältnißgleichung gemacht werden: $\sqrt{2}:\sqrt{4}=\sqrt{5}:\sqrt{10}$.

776) Sind die Mittelglieder gleich, so heißt die Proportion stetig und das Mittelglied ist die mittlere Proportionalzahl oder das geometrische Mittel. Sie ist gleich der Quadratwurzel aus dem Producte der Außenglieder, z. B. $4:8=8:16$ daher $8=\sqrt{64}$.

777) In einer stetigen Proportion verhält sich das erste Glied zum letzten, wie die Quadrate der beiden ersten Glieder z. B. $2:4=4:8$ oder $2:8=2^2:4^2$. Denn multiplicire die gegebene Proportion mit der identischen Proportion $2:4=2:4$, so erhält man:

$$\begin{array}{c} 2:4=4:8 \\ 2:4=2:4 \\ \hline 2^2:4^2=2:8 \end{array}$$

778) Zum Schlusse soll noch in Absicht auf 767 ein fehlendes Glied in den verschiedenen Gliedern berechnet werden.

a) $2:4=5:x$
$x.2=4.5$
$x=\frac{20}{2}=10.$

b) $2:4=x:10$
$x.4=2.10$
$x=\frac{2.10}{4}=5.$

c) $2:x=5:10$
$x.5=2.10$
$x=\frac{2.10}{5}=4.$

d) $x:4=5:10$
$x.10=4.5$
$x=\frac{4.5}{10}=2.$

Anwendung der geometrischen Proportion.

779) Sind die in der Aufgabe zusammengehörigen Größen, d. i. jene, welche den bekannten Fall ausmachen und in der Proportion die homologen Glieder bilden, so beschaffen, daß mit der Zu- und Abnahme der einen auch die gleichmäßige Zu- oder Abnahme der andern verbunden ist, so stehen die 4 Glieder, welche die Proportion bilden, im geraden Verhältnisse. Man hat hier allemal die Frage, je mehr, desto mehr, oder je weniger, desto weniger.

In einem geraden Verhältnisse stehen zu einander:

1) Waaren und der Preis derselben,
2) Zahl der Arbeiter und der Arbeitslohn,
3) » » » » die Größe der Arbeit,
4) Arbeitszeit und der Arbeitslohn,
5) Arbeitszeit und Größe der Verrichtung,
6) Pachtzeit und das Pachtgeld,
7) Kapitalien und Zinsen,
8) Ausleihungsdauer und Zinsen,
9) Zinsen und Procente,
10) Geschwindigkeit und der durchlaufene Raum (freien Fall der Körper sieh bei der Quadratwurzel),
11) Dauer der wirkenden Kraft und die Größe der Wirkung,
12) Größe der Kraft und die Wirkung derselben,
13) Verschiedene Gewichte, Längen-, Flächen-, Körper-, Getraid- und Flüssigkeits-Maße und verschiedene Geldsorten.

780) Die Beispiele werden zur leichtern Uebersicht beim Anschreiben so angesetzt, daß z. B. Waare unter Waare, Preis unter Preis rc. zu stehen kömmt, die Proportion aber wird so angeschrieben, daß die Glieder, welche den bekannten

Fall ausmachen als homologe Glieder gesetzt werden, so daß immer die gleichnamigen Glieder die Verhältnisse bilden, z. B. 7 Ellen kosten 21 fl., was kosten 14 Ellen; man schreibe kurz so an: Ellen fl.

7 kosten 21

14 ?

Beim Examiniren betrachtet man das Glied, welches mit dem unbekannten einen Fall ausmacht, und sieht ob es größer ist, als das gleichnamig darüber stehende Glied, hier ist 14 größer als 7, daher sagt man je mehr Ellen, desto mehr Gulden, folglich ist dieß eine gerade Proportion, welche geschrieben wird: $7:14=21:x$, die Auflösung nach 777.

Beispiel. Wenn 14 Ellen 42 fl. gelten, wie viele Ellen bekömmt man um 21 fl., oder Ellen fl.

14 kosten 42

? » 21

Man examinire: da die mit x verbundene Größe 21 kleiner ist, als die gleichnamige darüberstehende Größe 42 — je weniger Gulden, desto weniger Ellen, also eine gerade Proportion, folglich: $14:x=42:21$

$$x.42=14.21$$

$$x=\frac{14.21}{42}=7.$$

Man kann entweder schon gleich anfangs durch Division, f. 768 einen kleinern Ausdruck erhalten, als: $14:x=42:21$ in $14:x=2:1$ oder in $7:x=1:1$ wodurch wird: $x=7$ oder man kann am Ende die Verkleinerung vornehmen als: $x=\frac{14.21}{42}=\frac{14.1}{2}=7.$

Beispiel. Wenn 6 Arbeiter 27 fl. 42 kr. als Lohn erhalten, wie viel werden 9 Arbeiter unter denselben Verhältnissen bekommen? oder Arbeiter fl.

6 bekommen $27\frac{7}{10}$

9 » ?

Man examinire: je mehr Arbeiter, desto mehr Geld, daher die gerade Proportion, $6:9=27\frac{7}{10}:x$

$$x.6=9.27\frac{7}{10}$$

$$x=\frac{9.27\frac{7}{10}}{6}=\frac{277}{10}.\frac{3}{2}=\frac{831}{20}=41\frac{11}{20}\text{ fl.}$$

Kommen also Unterabtheilungen vor, so muß man zuvor entweder die Reduction oder Resolution, f. 298 u. 246, vornehmen. Zu merken ist, daß, wenn Brüche vorkommen, man

die Nenner (gemischte Brüche muß man zuerst in uneigentliche verwandeln) im Falle die Brüche im Zähler stehen, unter dem Querstriche, zum Nenner herabsetze, und im Falle die Brüche im Nenner stehen, über dem Querstriche, zum Zähler hinaufsetze.

Beispiel. Wenn 3 Pf. 30 fl. 24 kr. kosten, wie hoch kommen 8 Loth und 3 Quintel? oder:

Pf.	Lth.	Qu.		fl.
3	—	—	kosten	$30\frac{2}{5}$
	8	3	»	?

Man examinire: je weniger Pfund desto weniger Gulden, also:

$96 : 8\frac{3}{4} = 30\frac{2}{5} : x$

$x \cdot 96 = \frac{35}{4} \cdot \frac{152}{5}$

$x = \frac{\frac{35}{4} \cdot \frac{152}{5}}{96} = \frac{\cancel{35} \cdot \cancel{152} \cdot 7 \cdot \cancel{38} \cdot 19}{\cancel{96} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{5} \cdot 48} = \frac{133}{48} = 2\frac{37}{48}$ fl.

Bemerkt wird hier, daß man besser thut, wenn man in solchen Beispielen die Pfunde in Lothe verwandelt und die Quintel in Lothe, also zum Theile resolvirt und zum Theile reducirt, um so schneller und mit kleinern Zahlen zu gleichen Benennungen zu kommen.

781) Beispiele. ad 1) Wenn 6 Pf. 13 Lth 2 Qu. 7 fl. 36 kr. 2 dl. kosten, wie hoch kommen 5 Ctr. 36 Pf. 17 Lth?

ad 2) 17 Maurer beziehen monatlich 314 fl. 42 kr., wie viel beziehen unter denselben Bedingnissen 7 Arbeiter in derselben Zeit?

ad 3) 4 Holzhacker machen in einer Woche $32\frac{1}{2}$ Klafter Holz, wie viel machen 7 in derselben Zeit?

ad 4) 6 Zimmerleute beziehen in 4 Tagen 20 fl. 12 kr. wie hoch arbeiten sie sich in $9\frac{3}{4}$ Tagen?

ad 5) 9 Taglöhner schlagen in 3 Tagen 790c' Erde aus einem Graben, wie viel werfen sie in $7\frac{2}{3}$ Tagen aus?

ad 6) In $3\frac{1}{2}$ Jahren bezahlt ein Pächter $1604\frac{1}{4}$ fl., wie viel muß er in $2\frac{3}{4}$ Jahren bezahlen?

ad 7) Zins heißt die Abgabe für eine dargeliehene Summe, welche Kapital genannt wird. Die Abgabe von 100 fl. für ein Jahr wird durch Procent mit der sie bezeichnenden Zahl, als 2, $2\frac{1}{2}$, 3, 4, 5 ausgedrückt, und heißt zu deutsch: von 100 (Kapital) 2, $2\frac{1}{2}$, 3, 4, 5 zc. fl. Zinsen. $= \frac{2}{100}$ zc.

Wie groß ist das Kapital, welches jährlich 200 fl. Zin-

sen trägt und zu 4% (Procent, pct.) ausgeliehen ist. —

100 Kap. tragen 4 fl. Zinsen.
? geben 200 » »

ad 8) In 7 Jahren gehen $3050\frac{1}{2}$ fl. Zinsen ein, wie viel in $3\frac{3}{4}$ Jahren unter denselben Umständen?

ad 9) Wenn das Kapital zu $3\frac{1}{2}$% ausgeliehen ist, trägt es $605\frac{3}{4}$ fl., zu wie viel Procent ist dasselbe ausgeliehen, wenn es $900\frac{1}{2}$ fl. trägt?

ad 10) Wenn ein Bote 3' Geschwindigkeit hat, legt er in einem Tage 6 Meilen Weges zurück, wie viel, wenn er 2' Geschwindigkeit hat?

ad 11) Eine Mühle mahlt in einer halben Stunde 1 Schäffel 3 Metzen und 1 Metzl, wie viel in 3 Stunden 15 Minuten?

ad 12) Ein Fuhrmann fährt eine Ladung von 20000 Pf. mit 2 Pferden, wie viel Pferde derselben Art braucht er zu einer Ladung von 39000 Pf. auf dem nämlichen Wege?

782) Wenn aber die gegebenen Größen so beschaffen sind, daß mit der Zunahme der einen die gleichmäßige Abnahme der andern, oder mit der Abnahme der einen die gleichmäßige Zunahme der andern verbunden ist, so heißt die gebildete Proportion ungerade oder verkehrt. Die zusammengehörigen Größen bilden hier die Mittel- oder Außenglieder, (sie werden nicht homologe Glieder), auch hier bilden die Glieder, welche dieselbe Einheit haben, ein Verhältniß.

Im umgekehrten Verhältnisse stehen zu einander:

1) Arbeiterzahl und Arbeitszeit bei einerlei Arbeit,
2) Zeit und Verzehrer bei einerlei Menge der Lebensmittel,
3) Länge und Breite des zu einem Kleide nöthigen Zeuges,
4) Getreidpreis und Gewicht eines im Preise stets gleichbleibenden Brodes,
5) Kapital und Zeit bei einerlei Zins,
6) Kapital und Procent bei einerlei Zins,
7) Geschwindigkeit der Bewegung und Zeit bei einerlei zurückgelegtem Raume,
8) die Zahl der Erben und die Größe des Erbtheils,
9) Entfernung des Weges und Anzahl der Fuhren in einerlei Zeit,

Beispiel. Wie lange muß das Kapital von 5000 fl. ausliegen, um eben so viele Zinsen zu tragen, als das Ka-

pital von 3000 in 3 Jahren trägt? oder

3000 fl. stehen aus 3 Jahre
5000 » » » ? »

Man examinire: je größer das Kapital, desto weniger Jahre, daher die Proportion ungerade: $3000:5000 = x:3$

$$x.5000 = 3000.3$$

$$x = \frac{3000.3}{5000} = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5} J.$$

783) Beispiele. ad 1) 25 Arbeiter brauchen zur Anlegung einer Straße $27\frac{1}{2}$ Tage, wie viel Arbeiter würden dieselbe in 17 Tagen machen?

ad 2) Wenn 8 Pferde mit einem Vorrathe Heu ein Monat ausreichen würden, wie lange reicht ein gleicher Vorrath für 10 Pferde aus?

ad 3) Jemand braucht zu einem Kleide $4\frac{3}{4}$ Ellen, wenn der Zeug $1\frac{1}{2}$ Ellen breit ist, wie breit muß er sein, wenn man mit $3\frac{1}{4}$ Ellen ausreicht?

ad 4) Als der Schäffel Waizen 100 fl. kostete, wog eine Kreuzer-Semel $1\frac{1}{8}$ Loth, wie viel Loth muß sie wiegen, wenn der Schäffel 19 fl. kostete?

ad 5) Wie groß ist das Kapital, um in 5 Jahren dieselben Zinsen einzutragen, als 5000 fl. in $3\frac{1}{2}$ Jahren.

ad 6) Wenn das Kapital von 3000 fl. zu $4\frac{1}{2}$ % ausgeliehen ist, trägt es gewisse Zinsen, zu wie viel Procent sollte ein Kapital von 7380 fl. ausgeliehen sein, um in gleicher Zeit dieselben Zinsen einzubringen?

ad 7) Ein Bote hat 4' Geschwindigkeit und legt sohin in 10 Stunden einen gewissen Raum zurück, welche Geschwindigkeit hat ein anderer, der in 12 Stunden denselben Weg zurücklegt?

ad 8) 5 Erben erhalten eine Erbschaft von 20000 fl., wovon jeder 4000 fl. bekömmt; wenn es aber 7 Erben wären, wie viel bekäm dann einer?

ad 9) Wenn die Entfernung des Ziegelofens vom Bauplatze $1\frac{1}{2}$ Stunden beträgt, macht man täglich 4 Fuhren mit Steinen, wie viel Fuhren könnte man unter denselben Bedingnissen machen, wenn die Entfernung $\frac{3}{4}$ Stunden betrüge?

784) Hängt die Erzeugung einer Größe von der Zu- und Abnahme mehrer zugleich ab, so erscheint ein zusammen-

gesetztes Verhältniß und sohin dann eine zusammengesetzte Proportion.

Nachstehende am meisten vorkommenden Größen werden durch andere zugleich bestimmt, als:

1) das Werk (bestehend aus Stücken oder durch Berechnung des Kubikinhaltes aus Länge, Breite und Höhe) wird bestimmt durch: Arbeiterzahl, Zeit (Wochen, Tage, Stunden) und Fleiß, der z. B. dadurch gegeben sein kann, daß ein Maurer so und so viel Steine täglich vermauert ꝛc.; $W = A. Z. F.$

2) Der Waarenpreis wird bestimmt durch: Menge, Größe oder Schwere der Waare und Preis in der Einheit; $W = M. G. P.$

3) Der Gesammtlohn bestimmt sich durch: Arbeiterzahl, Zeit und einfachen Taglohn; $G = A. Z. T.$

4) Der Gesammtfuhrlohn bestimmt sich durch: Länge des Weges, Gesammtlast und Lohn für eine Einheit der Last in einer Wegeinheit; $G = L.$ G. L.

5) Der Brodpreis wird bestimmt durch: Brodgewicht und Getraidpreis; $B =$ B. $G.$

6) Der Weg bestimmt sich durch Zeit und Geschwindigkeit; $W = Z. G.$

7) Der Gesammtbedarf wird bestimmt durch: Zahl der Verzehrenden, Mundportion und Zeit; $G = V. M. Z.$

8) Die Fläche (in Absicht auf das Rechteck) bestimmt sich durch: Länge und Breite; $T = L. B.$

9) Der Körper, (in Absicht auf das rechtwinklige Parallelepipedon) bestimmt sich durch Höhe, Länge und Breite; $K = H. L. B.$

10) Die Zinsen bestimmen sich durch: Kapital, Procent und Zeit; $Z = K. \frac{P.}{100}$ 3.

783) Man bezeichnete die Zinsen mit $Z.$, das Kapital mit $K.$, Procent mit $\frac{P.}{100}$ und die Zeit mit 3., wenn man andere Zinsen und die zu bestimmenden Größen mit kleinen Buchstaben bezeichnet und dieselben in Proportion stellt, so hat man: $Z : z = K. \frac{P}{100}.3 : k. \frac{p}{100}.\mathfrak{z}$, daraus läßt sich eine unbekannte Größe leicht finden, z. B. 1000 fl. tragen, zu 5% ausgeliehen, in 2 Jahren 100 fl., wie viel Zinsen gehen von

500 fl. zu $4\frac{3}{4}$% in 3 Jahren ein? Man setze an die Stelle der Buchstaben die Zahlen:

$$100 : x = 1000 . \frac{5}{100} . 2 : 500 . \frac{4\frac{3}{4}}{100} . 3.$$

Man kann hier bei $\frac{5}{100}$ und $\frac{4\frac{3}{4}}{100}$ 100 weglassen.

$$x . 1000 . 5 . 2 = 500 . 4\tfrac{3}{4} . 3 . 100$$

$$x = \frac{\cancel{500} . \frac{19}{\cancel{4}} . \cancel{3} . \cancel{100} . 5}{\cancel{1000} . \cancel{5} . \cancel{2} . 4} = \frac{285}{4} \text{ fl.} = 71\tfrac{1}{4} \text{ fl.}$$

Ist eine Größe nicht ausgedrückt, so bleibt sie natürlich in der Proportion weg.

Beispiel. Wenn 70 fl. von 3000 in 5 Monaten eingehen, wie viel erhält man bei gleichem Zinsfuße von 1240 fl. in 7 Monaten?

$$Z : z = K . \mathfrak{Z} : k . \mathfrak{z}$$

$$70 : x = 3000 . 5 : 1240 . 7$$

$$x . 3000 . 5 = 70 . 1240 . 7$$

$$x = \frac{\cancel{70} . \cancel{1240} . 7 . 62}{\cancel{3000} . 5 . 15} = \frac{3038}{75} = 40\tfrac{38}{75} \text{ fl.}$$

Beispiel. Eine Mauer 60′ lang, 10′ hoch und $1\frac{1}{2}$′ breit ist von 15 Arbeitern in $2\frac{1}{2}$ Wochen, da sie wöchentlich 6 Tage und täglich 10 Stunden arbeiteten, aufgeführt worden, wie viel Wochen brauchen 24 Maurer, wenn sie wöchentlich 4 Tage und täglich 9 Stunden zu einer Mauer, welche 90′ lang 20′ hoch und einen Fuß dick ist, und jeder der letztern stündlich $\frac{1}{10}$ mehr zu Stande brachte, als einer der erstern?

$$W : w = A . Z . F : a . z . f$$

$$60 . 10 . 1\tfrac{1}{2} : 90 . 20 . 1 = 15 . 2\tfrac{1}{2} . 6 . 10 . 10 : 24 . x . 4 . 9 . 11$$

$$24 . x . 4 . 9 . 11 . 60 . 10 . 1\tfrac{1}{2} = 90 . 20 . 1 . 15 . 2\tfrac{1}{2} . 6 . 10 . 10$$

$$x = \frac{\cancel{90} . \cancel{20} . 1 . \cancel{15} . \frac{5}{\cancel{2}} . \cancel{6} . \cancel{10} . \cancel{10} . \cancel{2} . 5 . 5 . 5}{\cancel{24} . \cancel{4} . \cancel{9} . 11 . \cancel{60} . \cancel{10} . \frac{\cancel{3}}{\cancel{2}} . \cancel{3} . \cancel{2} . 12} = \frac{625}{132} = 4\tfrac{97}{132} \text{ W.}$$

Bemerkt wird, daß hier der Fleiß dadurch ausgedrückt ist, daß Jeder der letztern um $\frac{1}{10}$ mehr arbeitete, also arbeiteten die erstern $\frac{10}{10}$ und die letztern $\frac{11}{10}$; da die Nenner gleich sind, so schreibt man den erstern 10 und den letztern 11 zu.

784) Beispiele. ad 1) Ein Graben von $50\frac{1}{2}$′ Länge,

$9\frac{3}{4}'$ Breite und $6\frac{1}{4}'$ Tiefe wird von 15 Arbeitern in 27 Tagen fertig, wenn sie täglich 12 Stunden arbeiten, wie lang wird ein anderer Graben, der $17\frac{1}{2}'$ breit 5' tief und von 20 Arbeitern in $37\frac{1}{2}$ Tagen fertig wird, wenn sie täglich 10 Stunden arbeiten? — $W:w = A.Z:a.z$ —

ad 2) Ein Kaufmann bezahlte für 45 Zuckerhüte à 6 Pf. 8 Lth., das Pfund zu 32 kr., 150 fl., wenn er ein anderes Mal für 90 Zuckerhüte 300 fl. bezahlen mußte, wie viel Pfund wog einer, wenn das Pfund 30 kr. kostete? —$W:w = M.G.P:m.g.p$ —

ad 3) 20 Maurer arbeiteten 20 Tag, des Tages 10 Stunden und erhielten 280 fl., wenn einer täglich 42 kr. hatte; wie viele Kreuzer hatte einer von 19 Maurern, die $21\frac{1}{2}$ Tage, täglich 11 Stunden bei der Arbeit waren und $284\frac{1}{2}$ fl. bekamen; bemerkt wird aber, daß von den ersten täglich einer 480 Steine vermauerte, während einer der letztern nur 460 verarbeitete? — $G:g = A.T.Z.Fl.:a.t.z.fl.$ —

ad 4) Ein Fuhrmann konnte sich $89\frac{1}{2}$ fl. in 9 Tagen verdienen, wenn er mit 4 Pferden, auf ein Pferd $10\frac{1}{4}$ Ctr. gerechnet, täglich 9 Stunden lang fuhr und stündlich $\frac{3}{7}$ Meilen machte. Wenn er ein andermal $98\frac{3}{4}$ fl. mit 5 Pferden verdiente, mit welchen er $5\frac{1}{2}$ Tag und täglich 10 Stunden lang und stündlich $\frac{4}{9}$ Meilen weit fuhr, wie viele Centner wurden auf das Pferd gerechnet? — $G:g = L.\mathfrak{W}:l.g.$ Hier ist Gesammtlast $= 4 . 10\frac{1}{4}$ und Weg $= 9 . 9 . \frac{3}{7}$ rc.

ad 5) Wenn der Schäffel Roggen $12\frac{3}{4}$ fl. kostet, bekommt man einen Zwölfer-Wecken, der 4 Pf. 3 Lth. schwer ist, wie viel wird ein Fünfzehner-Wecken wiegen, im Falle der Schäffel $34\frac{1}{2}$ fl. kostet? — $B:b = \mathfrak{B}.G:b.g$ —

ad 6) Ein Bote macht in 8 Tagen einen Weg von $36\frac{1}{2}$ Meilen, indem er täglich 10 Stunden geht, wie viele Meilen wird derselbe in $9\frac{3}{4}$ Tagen machen, wenn er täglich 12 Stunden geht und $\frac{3}{17}$ weniger zurücklegt, als vorher? $W:w = Z.G:z.g.$ Zuerst legte er $\frac{17}{17}$ zurück, dann aber nur $\frac{14}{17}$, daher $G = 17$ und $g = 14$.

ad 7) In einer Festung wurde berechnet, daß der Vorrath, bestehend in 500000 Pf., für 5000 Mann, wenn einem täglich 2 Pf. gereicht wird, 50 Tage lang ausreicht; wenn in einer andern 4500 Personen sind und ein Vorrath von 698490 Pf. vorhanden ist und die Person täglich $1\frac{3}{4}$ Pf.

erhält, wie lange wird dieser Vorrath ausreichen? — $G:g=V.M.Z:v.m.z.$

ad 8) Ein Acker in der Gestalt eines Rechteckes hat 16800□′, wenn derselbe 192′ lang und $87\frac{1}{2}$′ breit ist, wenn nun ein anderer $12894\frac{1}{2}$′□′ hat und $137\frac{3}{4}$′ lang ist, wie breit wird dieser sein? $F:f=L.B:l.b.$

ad 9) Ein Holzstoß, 136′ lang, $13\frac{1}{2}$′ hoch bei einer Scheitlänge von 3′ kostet 346 fl., wenn nun ein anderer um 546 fl. 48 kr. verkauft wird, der $12\frac{3}{4}$′ hoch und wobei die Scheiter $3\frac{1}{2}$′ lang sind, wie lang muß er sein? $K:k=H.L.B:h.l.b.$

ad 10) Die Zinsen von einem Kapitale zu 2000 fl. betragen zu 3% in 7 Jahren 420 fl., wie groß wird ein Kapital sein, welches, zu $4\frac{1}{2}$% ausgeliehen in $4\frac{3}{4}$ Jahren 3260 fl. einträgt? $Z:z=K.P.Z:k.p.z.$

785) Diese Berechnungsweise ist die bequemste. Die Probe wird gemacht, wenn man untersucht, ob das Product der Außenglieder gleich ist dem Producte der Mittelglieder, oder wenn man irgend ein bekanntes Glied als unbekanntes annimmt und berechnet; das Resultat gibt dasselbe wieder. Diese Probe sichert aber bloß, daß man recht gerechnet, nicht aber, daß man die Proportion richtig angeschrieben hat, deßwegen soll man eine andere Rechnungsart versuchen, wie folgt: Man schreibe x auf die vierte Stelle und das damit gleichnamige auf die dritte, mache dann das Gleichheitszeichen und eine schlangenförmige Verbindungslinie; die übrigen gegebenen Glieder werden, je nach dem Examiniren als steigende oder fallende Verhältnisse unter einander geschrieben, diese Verhältnisse werden dann zu einem verbunden, und man hat mit Auslassung der geschlängelten Linie eine einfache Proportion. Daß man vor der Verbindung vortheilhaft verkleinert, versteht sich von selbst. Steigend ist ein Verhältniß, wenn das erste Glied kleiner ist, als das zweite, z. B. 3:7; fallend heißt ein Verhältniß, wenn das größere Glied voraussteht, z. B. 7:5. Vor der Bildung der Proportion schreibe man wieder nach 780 die gleichnamigen Glieder unter einander, und beginne und ende mit der vergleichenden Examinirungs-Methode in der Reihe der bekannten Glieder in der Art, daß man sagt, (s. ob. Beisp.)

1000 fl. Kap. tragen zu 5% in 2 Jahren 100 fl. Zinsen.
 500 fl. » » $4\frac{3}{4}$% » 3 » ? fl. »

1) Bei 1000 fl. K. gehen ein 100 fl. Z., aber bei 500 fl. K. weniger, folglich fallend.
2) Bei 5% » » » » » » $4^3/_4$ » weniger folglich fallend.
3) In 2 Jahren » » » » » in 3 Jahren mehr, folglich steigend.

$$\left.\begin{array}{rr} 1\not{0}\not{0}\not{0} : & \not{5}\not{0}\not{0} \\ \not{5} : & \frac{19}{\not{4}} \\ \not{2} & 3 \\ 4 & \end{array}\right\} = \underset{5}{\not{1}\not{0}\not{0}} : x$$

$$4 : 57 = 5 : x;\ x = 71^1/_4 \text{ fl.}$$

786) Zu bemerken ist, daß man das Examiniren so kurz als möglich mache, in den meisten Fällen kann man mit »bei« anfangen, und man soll immer schließen mit »weniger«, wobei das Verhältniß fallend wird, oder mit »mehr«, wobei es steigend wird. Das dritte Glied muß stets, wie gewöhnlich, zur Vergleichung gezogen werden. Zur Entscheidung von weniger oder mehr, wovon der Ansatz des Verhältnisses allein abhängt, bedarf man nur des gesunden Menschenverstandes. Zur bequemern Lösung der Aufgabe, setzt man die Nenner der eigentlichen und uneigentlichen Brüche, wenn solche im zweiten oder dritten Gliede stehen, in das erste; und sind solche im ersten Gliede, ins zweite oder dritte.

Beispiel wie oben:

70 fl. Zinsen gehen von 3000 fl. Kapital in 5 Monaten ein.
 ? » » » 1240 » » 7 » »

1) Bei 3000 fl. Kap. gehen 70 fl. Zins ein, aber bei 1240 fl. weniger, folglich fallend.
2) In 5 Monaten » 70 » » in 7 Monaten mehr, folglich steigend.

$$\left.\begin{array}{rr} \not{3}\not{0}\not{0}\not{0} : & \not{1}\not{2}\not{4}\not{0} \\ 5 : & 7 \\ 15 : & 62 \end{array}\right\} = 7\not{0} : x$$

$$75 : 434 = 7 : x = 40^{38}/_{75} \text{ fl.}$$

Beispiel wie oben:

Eine Mauer	Maurern	W.	wöch. T.	St.	m. Fl. gew.
60' l. 10' h. u. $1^1/_2$' d. wird	v. 15	in $2^1/_2$	6	10	$^{10}/_{10}$
90' l. 20' h. u. 1 d. »	v. 24	in ?	» 4	9	$^{11}/_{10}$

1) Bei 60' L. braucht man $2^1/_2$ W., aber bei 90' mehr, folglich steigend
2) » 10' H. » » » » » » 20' » » »
3) » $1^1/_2$' B. » » » » » » 1' weniger, » fallend
4) 15 Maurer brauchen » » » 24 , » » »

5) bei 6 T. wöch. brauchen sie $2^1/_2$ W. ab. bei 4 mehr, folglich steig.
6) » 10 St. tägl. » » » » » 9 » » »
7) » $^{10}/_{10}$ Fleiß » » » » » $^{11}/_{10}$ weniger » fallend

$$\left.\begin{array}{rcr} \cancel{6}\cancel{0} & : & \cancel{9}\cancel{0} \\ \cancel{1}\cancel{0} & : & \cancel{2}\cancel{0} \\ \frac{\cancel{3}}{\cancel{2}} & : & \cancel{1} \\ \cancel{2}\cancel{4} & : & \cancel{1}\cancel{8} \\ \cancel{4} & : & \cancel{6} \\ \cancel{9} & : & \cancel{1}\cancel{0} \\ 11 & : & \cancel{1}\cancel{0} \\ 4 & : & 5 \\ 3 & : & \cancel{2} \\ \cancel{2} & : & 5 \\ \frac{\cancel{4}}{\cancel{2}} & : & \cancel{8} \end{array}\right\} = \frac{\cancel{2}\cancel{1}}{\cancel{2}} : x$$

$$132 : 125 = 5 : x;\ x = 4^{97}/_{132}.$$

Man mache ebenso die folgenden Beispiele.

787) Die Ansätze für derlei Berechnungen werden auch nach Basedow so gemacht, daß man x und das Gleichnamige zuerst hinstellt und durch eine Senkrechte scheidet, die Examinations-Methode ist wie die in 786. Das Verkleinern ꝛc. geschieht, wie bekannt. Zum Beispiel diene die in manchen Lehrbüchern befindliche Aufgabe, welche selten recht aufgefaßt wird:

Zu einer Mauer, welche 200′ lang, 15′ hoch und 3′ dick war, brauchte man, um die Ziegel herzuliefern, mit 5 Wägen 63 Tage, weil der Ziegelofen 3 Stunden weit entfernt war, und man wegen schlechter Straße nicht mehr als 180 Ziegel aufladen konnte. Nun sollte in einer Entfernung von einer Stunde eine andere Mauer aufgeführt werden, von 160′ Länge, 12′ Höhe und $2\frac{1}{2}$ Dicke, wie lange werden 3 Wägen zu thun haben, wenn auf jeden Wagen 224 Ziegel geladen werden können? oder

200′ L. 15′ H. 3′ D. erf. 5 W. zu 180 Z. 63 Tg. bei der Entf. von 3 St.
100′ » 12′ » $2^1/_2$′ » » 3 » » 224 » ? » » » » » 1 »

daher

1) Bei 200′ L. braucht man 63 T. aber bei 160 weniger, folglich fallend
2) » 15′ H. » » » » » » 12 » » »
5) » 3′ D. » » » » » » $2^1/_2$ » » »
4) » 5 Wägen » » » » » » 3 mehr » steigend
5) » 180 Z. Lad. » » » » » » 224 weniger, » fallend
6) » 3 St. Ent. » » » » » » 1 » » »

x	63
200	160
15	12
3	$2\frac{1}{2}$
3	5
224	180
3	1

15 Tage.

Man mache die früher angegebenen Beispiele nach der Basedowischen Regel.

Regel Detri.

788) Die in Nro. 781 und 783 durch die Proportion gelösten Aufgaben können auch durch obigen Dreisatz, welcher wegen seiner besondern Bequemlichkeit die goldene Regel heißt, in der Weise behandelt werden, daß man die zwei Glieder des bekannten Falles neben einander anschreibt, und das Frageglied, d. i. das mit dem ersten gleichnamige noch übrige Glied nachfolgen läßt. Die Vortheile, welche sich durch Versetzung der Nenner, oder durch Verkleinerung der Zahlen ergeben, können leicht gefunden werden, im Voraus aber wird bemerkt, daß die Nenner der Brüche, im ersten und zweiten Gliede bei der verkehrten Regel Detri ins dritte Glied kommen. Die nothwendige Bemerkung muß noch gemacht werden, daß man das zweite und dritte Glied multiplicirt und durch das erste dividirt, im Falle die Aufgabe zu einer geraden Proportion gehört, s. 779, daß man aber das erste u. zweite multiplicirt und durch das dritte dividirt, wenn sie zur ungeraden Proportion gehört, s. 782. Z. B. 7 Ellen kosten 4 fl., was kosten 5 Ellen? 7 Ellen 4 fl. 5 Ellen $= \frac{20}{7}$ fl. $= 2\frac{6}{7}$ fl. Beispiel. 6 Maurer brauchen zu einer Arbeit 5 Tage, wie viel Tage bräuchten 3 Maurer? 6 M. 5 T. 3 M. $= \frac{30}{3} = 10$ T. Man mache die zu den einfachen Proportionen gehörigen Aufgaben.

789) Die Proportions-Aufgaben können außer der Basedowischen Regel auch durch die Ketten- oder Reesische Regel gelöst werden, welche sich von jener dadurch unterscheidet, daß bei der letztern die gegenüberstehenden Glieder gleichnamig sind, bei der Kettenregel aber die schräg gegenüberstehenden. Die

Reesische Regel eignet sich besonders für den mechanischen Rechner und gewährt in der Praxis große Vortheile und der Ansatz wird gemacht wie folgt: Man mache eine senkrechte Linie, bezeichne links die unbekannte Größe und rechts die Fragezahl, d. i. die Größe, von der man etwas wissen will, wenn der Fall ein gerades Verhältniß ist; die Fragezahl aber wird links unter die unbekannte Größe gesetzt, wenn der Fall ein ungerades Verhältniß bildet. Auf der andern Seite fahre man dann immer mit dem Gliede fort, mit dem man auf der einen aufgehört hat. Das Schlußglied rechts ist gleichnamig mit dem Anfangsgliede x. Das Product der links stehenden Glieder ist Divisor, jenes der rechts sich befindenden Dividend. Das Aufheben geschieht wie bekannt. Z. B. $5\frac{1}{2}$ Ellen kosten $16\frac{3}{4}$ fl., wie viel bekommt man um $7\frac{1}{2}$ fl.?

? fl.	$7\frac{1}{2}$
$16\frac{3}{4}$	$5\frac{1}{2}$
	$2\frac{31}{67}$ fl.

Beispiel. 5 Maurer brauchen zu einer Mauer $9\frac{3}{4}$ Tage, wie lang bräuchten zu derselben Mauer 3 Mann?

? T.	
M. 3	5 M.
	$\frac{39}{4}$ T.
4	13
4	$65 = 16\frac{1}{4}$

Beispiel. Was kostet der Bogen Schreibpapier, wenn der Ballen 24 fl. 30 kr. kostet?

? hl.	1 Bog.
24	1 Buch
20	1 Rieß
10	1 Ball.
1	$24\frac{1}{2}$ fl.
1	60 kr.
1	8 hl.

Aus diesem Beispiele geht hervor, daß man oft Ergänzungen aus den benannten Unterabtheilungen der Maße und Gewichte einschalten muß.

790) Die zusammengesetzten Proportionsaufgaben werden auch durch den Reesischen Ansatz gelöst, dabei muß aber wohl unterschieden werden, welche Größen zu den erzeugenden (Ur=

sachen) und welche zu den erzeugten (Wirkungen) gehören. Im allgemeinen wird bemerkt, daß die in 784 angeführten Fälle in der Weise zusammengestellt sind, daß die Größe links als Wirkung und die Größen rechts als Ursachen anzusehen sind. Die Ursachen werden als zusammengehörig auf eine Seite auch zusammengeschrieben, ebenso die Wirkungen. Das Uebrige ist bekannt. Zum Beispiele diene das in 787 angegebene.

Ursachen	? Tage	1 Mauer	Wirkung.
	Wägen 3	160′ lang	
	Steine 224	12′ hoh	
		$2\frac{1}{2}$′ dick	
		1 St. Entf.	
Wirkung.	Mauer 1		Ursachen.
	lang 200′	63 Tage	
	hoh 15′	5 Wägen	
	dick 3′	180 Steine	
	St. Entf. 3		
		15 Tage.	

Die in 784 angegebenen Beispiele werden gemacht.

791) Hat man beim Einkaufen einer Waare auch Auslagen, z. B. Mauth-, Brücken- Thorgeld, Fuhrlohn &c., und man will wissen, wie hoch ein Stück &c. kommt, so addirt man diese Ausgaben alle und rechnet nach der bekannten Weise. Will man beim Verkaufe noch z. B. 5% gewinnen, so muß man sich diesen ganzen Profit zuerst berechnen und dann ebenfalls addiren, wie oben gesagt wurde. Z. B. Jemand hat 5 Eimer Wein um 240 fl. gekauft, für Fuhrlohn muß er 12 fl. bezahlen, für Mauth 6 fl., er selbst will 15% gewinnen, wie theuer darf er die Maß verkaufen?

Man berechnet zuerst die Procente also: ? fl. 240
100 15
| 36 fl. P.

nämlich: $240 + 12 + 6 + 36 = 294$ fl., also der Ansatz:

? kr.	1 Maß
300	294 fl.
1	60 kr.
	$58\frac{4}{5}$ kr.

792) Ist einer Waare ein Schaden zugegangen, so muß dieser von dem Ganzen abgezogen werden.

Jemand kaufte 30 Eimer Wein, welcher ihm mit allen Kösten auf 670 fl. 30 kr. kam; durch einen Unfall verlohr er $2\frac{1}{2}$ Eimer; wie theuer kömmt die Maß? $30 - 2\frac{1}{2} = 27\frac{1}{2}$ Eimer als Rest.

? kr.	1 Maß
60	1 Eimer
$27\frac{1}{2}$	$670\frac{1}{2}$ fl.
1	60 kr.
	$24\frac{21}{55}$ kr.

793) Ist der Gewinn oder Verlust procent gegeben, d. i. gegeben, wie viel vom 100 gewonnen oder verloren wurde, so findet man den Gewinn oder Verlust, wie folgt, z. B. Ein Eimer wird um 35 fl. eingekauft und mit 20% Gewinn verkauft, wie viel beträgt der Gewinn?

Verk. ? fl.	35 fl. Eink.
Eink. 100 fl.	120 fl. Verk.
	42 fl. Verk.

Zieht man 35 fl. Einkauf von 42 fl. Verkauf ab, so bleiben 7 fl. Gewinn.

Beispiel. Hätte man in voriger Aufgabe mit 20% Verlurst verkauft, so wäre:

Verk. ? fl.	35 fl. Eink.
Eink. 100 fl.	80 fl. Verk.
	28 fl. Verk.

Zieht man 28 fl. von 35 fl. ab, so bleiben 7 fl. Verlust.

In beiden Fällen wird die Rechnung kürzer, wie folgt:

ad 1)

Gew. ?	35 fl. Eink.
Eink. 100	20 fl. Gew.
	7 fl. Gewinn.

ad 2)

Vl. ? fl.	35 fl. E.
E. 100 fl.	20 fl. Vrl.
	7 fl. Verl.

Beispiel. Ein Eimer 40 Maß werden um 75 fl. eingekauft, wenn nun 20% gewonnen werden sollen, wie hoch kommt die Maß?

Verk. ? kr.	1 Maß
Maß 100	75 fl. Eink.
Eink. 100	120 fl. Verk.
fl. 1	60 kr.
	54 kr.

Proportions-Aufgaben.

794) Man mache das Beispiel von 326 und 327. Ansatz:
150 Pf. mit dem Arme von 15′
? » » » » » 1′ also je kürzer der Arm (Lastarm) desto größer die Kraft (Last), mithin eine verkehrte Proportion, 150 : x = 1 : 15 u. s. f. bei allen Hebeln: Kraft verhält sich zur Last, wie der Lastarm zum Kraftarm, wobei noch bemerkt wird, daß der Arm der Kraft oder Last allemal vom Unterstützungspunkte ausgeht und zwar senkrecht auf die Richtung der Kraft oder Last.

795) Die Geschwindigkeiten sind ebenfalls den Kräften am Hebel umgekehrt proportionirt. Z. B. Wenn die Last am Druckhebel 1′ hoch steigt, wie tief senkt sich die Kraft von 150 Pf., wenn die Last 1000 Pf. beträgt?
150 : 1000 = 1 : x = $6\frac{2}{3}$. Der Beweis davon liegt in der zusammengesetzten Proportion, denn K : L = La : Ka.
also nach 794 verkehrte Proporton; ferner Lg : Kg = La : Kr.
also eine gerade Proportion, K : L = Lg : Kg.
denn 2 Größen, die einer dritten gleich sind, sind unter sich gleich. Um das besser einzusehen, betrachte man: Tisch A ist gleich dem Tische C, wenn nun auch Tisch B dem Tische C gleich ist, so ist folglich auch A = B.

796) Eine Verbindung von mehrern ungleicharmigen Hebeln, bei welchen die Kräfte senkrecht wirken, heißt ein zusammengesetzter Hebel, Fig. 74. Die Kraft verhält sich hier zur Last, wie das Product der Lastarme zu jenem der Kraftarme. Z. B. Wenn die Kraft 100 Pf. ist, der Kraftarm ac 6′ der Lastarm bc 1′; der Kraftarm be 7′ der Lastarm ed 2′; der Kraftarm dg 8′ und der Lastarm gf $1\frac{1}{2}$′ beträgt, wie groß ist die Last? 100 : x = 1 . 2 . $1\frac{1}{2}$: 6 . 7 . 8. Man kann auch die Hebel einzeln ausrechnen und die erst berechnete Last = L, für den zweiten Hebel als Kraft = L nehmen. Man berechnet wieder die Last = L′ und betrachtet diese L′ für den letzten Hebel als Kraft, so findet man endlich die Last = L″. Man hat also:

K : L = cb : ac
L : L′ = ed : be
L′ : L″ = gf : d

K : L″ = cb . ed . gf : ac . be . dg (s. 773.)

797) Aus den vorhergehenden Fällen wird klar, daß sich beim zusammengesetzten Hebel die Kraft zur Last verhält, wie die Lastgeschwindigkeit zur Kraftgeschwindigkeit. Z. B. Wenn im vorausgegangenen Beispiele die Last um 1′ gehoben wird, wie tief muß die Kraft sinken?

798) Da die Wellräder, f. 796, in der Rechnung wie Hebel behandelt werden, so ist in Hinsicht auf Kraft- und Geschwindigkeits-Verhältniß nichts weiter zu erinnern. Z. B. Wie groß ist die Last, wenn die Kraft 50 Pf. beträgt, und drei Räderpaare in Verbindung treten, wovon die kleinern je einen Halbmesser von 5″ und die größern je einen Halbmesser von 27″ haben? Welchen Weg legt die Kraft zurück, wenn die Last 3′ gehoben wird?

799) Das Kraftverhältniß bei einer schiefen Ebene, wo die Kraft mit ihr parallel wirkt, (Fig. 33) ist $K:L=H:l$ d. i. Höhe zur Länge. Mache die Beispiele in 345 und 346. Mache dieselben Beispiele mit Berücksichtigung der Reibung. (S. 363.)

800) Ist die Kraft parallel zur Basis wirkend bei einer schiefen Ebene, Fig. 75, so heißt die Proportion: $K:L=h:b$ d. i. Höhe zur Basis. Z. B. Wie groß ist die Kraft, welche eine Last von 960 Pf. auf einer schiefen Ebene das Gleichgewicht halten kann, wenn dieselbe 6′ hoch ist und 20′ zur Basis hat? $K:960=6:20=288$ Pf. Wäre die Reibung zu berücksichtigen, so ist die aus geometrischen Gründen hervorgehende Formel: Kraft $=(\frac{h}{b}+\frac{m.b}{l})$ L. Wenn nach dem vorigen Beispiele $h=6$; $b=20'$; der Reibungs-Coefficient $m=\frac{1}{10}$; die Länge der schiefen Ebene $l=20{,}881$ und die Last 960 Pf., wie groß muß die die Last bewältigende Kraft im fraglichen Falle sein? $\left(\frac{6}{20}+\frac{\frac{1}{10}.20}{20{,}881}\right)960$ $=380{,}2$ Pf. (abg.) In Fällen, wo der Neignngswinkel sehr klein ist, so daß l nahezu b gleich ist, wie es auch hier geschehen könnte, ist die Formel $=(\frac{h}{b}+m)\,L$ also $(\frac{6}{20}+0{,}1)\,960=384$ Pf.

Man sehe 569 und 343 und mache das dort angegebene Beispiel, so wie jenes in 562.

801) Die Berechnungsweise der Schraube, f. 521, geschieht aus geometrischen Gründen, von der schiefen Ebene hergeleitet, nach der Proportion: $K:L=h:2r\pi$, wenn h

die Schraubenweite und r der Halbmesser der Spindel ist, (gewöhnlich des Hebels als Schraubenschlüssel rc., dieser Halbmesser wird in 521 a genannt.) Man mache die Beispiele von 521, 522 und 523. — $k : 1000 = \frac{1}{4} : 2 . 30 . 3,14$ — $= 1,33$ Pf. rc. Wird bei der Schraube die bedeutende Reibung berücksichtiget, so ist die Formel: $L = \frac{2a\pi k}{h + m . 2r\pi}$ — oder zur Auffindung der Kraft $= \frac{h + m . 2r\pi}{2a\pi} . L$. Z. B. Wie groß ist die Kraft, welche eine Last von 1000 Pf. mittelst einer Schraube hebt, deren Weite $= \frac{1}{4}''$, bei welcher der Halbmesser der Spindel $= \frac{3}{4}$; die Länge des Hebels $= 2\frac{1}{4}'$, und der Reibungscoefficient $\frac{1}{10}$? Wie groß ohne Reibung?

802) Der Keil ist ein dreiseitiges Prisma und ist entweder einfach oder doppelt, Fig. 76, in beiden Fällen gilt die Berechnung: $K : L = h : b$, wenn h die Breite des Kopfes und b die Länge ist. Daraus ist ersichtlich, daß der Keil eine schiefe Ebene vorstellt, weil seine Berechnung nach 800 geht. Z. B. Wenn die Kraft, welche auf einen doppelten Keil wirkt, 150 Pf. ist, welche Last hält sich ihm entgegen, wenn er $1\frac{1}{2}'$ lang, und sein Kopf 4'' breit ist? Wie groß ist dann die Last, wenn die große Reibung berücksichtiget wird, und der Reibungscoefficient $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{2}$ ist, nach der Formel: $K = (\frac{h}{b} + m) L =$ und $L = \frac{kb}{h + mb}$ beim einfachen Keil; aber $K = (\frac{h}{b} + 2m) L$; und $L = \frac{kb}{h + 2mb}$ beim doppelten Keil.

803) Der Krahn, Fig. 77, ist eine Vorrichtung zum Heben großer Lasten. Das Kraftverhältniß wird auch hier wie in 796 gefunden: ist die zuerst gefundene Last L für das nächste Wellrad Kraft, und die hierauf gefundene Last L' für den Flaschenzug von n Seilen Kraft, die Halbmesser des ersten Wellrades r und R, dann jene des zweiten r' und R', so hat man:

$$\begin{array}{l} K : L = r : R \\ L : L' = r' : R' \\ L' : L'' = 1 : n \\ \hline K : L'' = r . r' : R . R' . n \end{array}$$ (s. 773)

also Kraft verhält sich zur Last, wie das Product aller Lastarme zu jenem aller Kraftarme. Z. B. wie groß ist die Last, welche mittelst eines Krahnes mit einem damit verbundenen

Flaschenzuge von 6 aufwärts gehenden Seilen oder 3 Paar beweglicher Rollen gehoben wird, wenn 2 Wellräder angebracht sind, so daß die Kurbellänge 14″, der Wellenradius $1\frac{1}{2}$″, der Radradius 2′ und der Wellenradius $1\frac{3}{4}$″ und die Kraftanstrengung 156 Pf. beträgt?

804) Das Kraftverhältniß bei der Schraube ohne Ende §. 524 wird ebenfalls durch eine zusammengesetzte Proportion bestimmt, den für die Schraube gilt die Proportion;
$K : L = h : 2a\pi$ (§ 773), und für das Wellenrad, in:
$L : L' = r : R$ dem L hier die Kraft wird.
$K : L'' = rh : 2a\pi R$

Man berechne hiernach die in 524, 525 und 526 angegebenen Beispiele. Welchen Weg legt die Kraft zurück, wenn die Last 1′ machte?

Zu bemerken kömmt, daß für Steifheit der Seile der Wellenradius r beim Wellrad überhaupt um die Hälfte, wenn das Seil neu ist, und um den vierten Theil des Seiles, wenn es ein altes ist, vermehrt wird.

805) Da die Vorrichtung an der Fuhrmannswinde, §. 575, entweder als einfaches oder als zweifaches Wellrad, wenn dieselbe ein Vorgelege hat, betrachtet werden kann, so ist die Proportion entweder $K : L = r : R$ oder $K : L = r.r' : R.R'$ Man mache sonach die Beispiele von 527, 528 und 529.

806) Die Zähnezahlen zweier Räder verhalten sich zu den Umdrehungszahlen verkehrt proportionirt, denn je mehr Zähne, desto weniger Umdrehungen, §. 334, und mache dasselbe Beispiel. Greifen mehre Räder mittels Getriebe in einander, und will man wissen, wie oft das letzte Rad sich umdreht in derselben Zeit als das erste einmal 2c. umgeht, so bekömmt man durch zusammengesetzte Proportionen, ähnlich 796, die folgende: Umlauf des ersten Rades : Uml. des letzten = das Product aller Triebstöcke : dem Producte aller Zähne. Es muß nämlich das Rad, welches an derselben Welle des Getriebes befestiget ist, sich mit diesem ebenso oft umdrehen, daher erscheint die erste gefundene Umdrehungszahl bei der Berechnung für die zweite zu bestimmende Umlaufszahl in derselben Größe u. s. f., gerade so wie bei 796, wo die zuerst gefundene Last für die nächste Maschine Kraft wur-

de ꝛc., woraus wird:

$$\begin{array}{l} U : u = T : Z \\ u : u' = T : Z \\ u' : u'' = T : Z \\ \hline U : u''' = T.T.T : Z.Z.Z \end{array}$$

(s. 773), wenn U die Umdrehungszahl des ersten Rades, u jene des letzten, T die Triebstöcke und Z die Zähne bedeutet; statt der Triebstöcke und Zähne können auch die Halbmesser gesetzt werden. Zum Beispiele dienen jene in 336.

807) Man findet die Halbmesser der Theilrisse bei der Verbindung eines Stirnrades mit einem Stockgetriebe nach folgender Proportion, wenn die Umdrehungs- oder Zähnezahlen der Räder und ein Halbmesser eines Theilrisses bekannt sind:

1) bei den gegebenen Zähnezahlen $r:R = T:Z$, denn je mehr Zähne, desto größer der Halbmesser;

2) bei den gegebenen Umdrehungszahlen, $r:R = U:u$, denn je mehr Umdrehungen, desto kleiner der Halbmesser. Sind Umdrehungs- oder Zähnezahlen und die Größe der Theilung bekannt, siehe bei den Gleichungen. Z. B. Ein Stirnrad bewegt ein Getriebe, welches 2' Halbmesser hat und $7\frac{1}{2}$ mal umlaufen soll, während das Rad $3\frac{3}{4}$ mal umgeht, welchen Durchmesser muß das Rad haben? $7\frac{1}{2} : 3\frac{3}{4} = x : 2 = 4$ und Durchmesser $= 8'$. Beispiel. Wenn ein Stirnrad 72 Zähne und einen Durchmesser von $5\frac{3}{4}'$ hat, welchen Durchmesser hat das Getriebe, wenn es 20 Triebstöcke hat?

808) Das Stärkeverhältniß zweier Röhren wird durch die Proportion bestimmt: $K:k = D.H:d.h$, wenn K und k die Wanddicken, D und d die Durchmesser der Röhren und H und h die Höhe des Wasserstandes bedeuten. Belidor hat gefunden, daß eine bleierne Röhre von 1' Durchmesser und 6''' Dicke für die senkrechte Wasserhöhe von 60' hinlänglich stark genug sei. Hat man nun die Aufgabe eine andere von 6'' Durchmesser zu machen, wobei die Wasserhöhe 50' ist, so frägt es sich, wie dick sie werden muß, um hinlänglich Stärke zu bekommen. $6:x = 144.8640:72.7200$.

Rechnet man nun die Stärke einer bleiernen Röhe von irgend einer Weite, so kann man das gefundene Resultat auch auf Röhren von einem andern Material übertragen, wenn man das Resultat entweder dividirt oder multiplicirt, je nach-

dem das Material der angewendeten Röhre schwächer oder stärker als Blei ist.

809) In der Geometrie wird bewiesen, daß sich der Kreisbogen zur Peripherie verhält, wie die Grade des Bogens zu 360°, oder Bg.: $d\pi = n^0 : 360$. Man muß also zur Längenbestimmung eines Bogens den Winkel messen, wie in 680 angegeben wurde. Z. B. Wie groß ist der Bogen, welcher 36° hält, wenn der Duchmesser 10′ beträgt? $x : 10 . 3,14 = 36 : 360 = 3,14'$. Beispiel a). Wie groß ist der Kreisbogen, welcher 108° 40′ hält und der Durchmesser 20′ beträgt? $x : 20 . 3,14 = 108\frac{2}{3} : 360$. Beispiel b.) Ein Bogenstück eines gothischen Bogens hält 56° 20′ wie groß ist die Länge, wenn der Durchmesser $23\frac{1}{2}'$ beträgt. Man sehe die Berechnung der Gewölbe mit derlei Bögen 678.

810) Soll man den Inhalt eines böhmischen Gewölbes Fig. 78 bestimmen, das ausgebreitet die Gestalt qrneospf hat, so muß man das arithmetische Mittel der Bögen dvc und gth, dann jenes der Bögen cwb und fuo suchen, um so das Viereck iklm zu bekommen. Man bestimme die Grade des Bogens dvc oder den Winkel dxc = 120° und den Radius dx nach beigefügtem Maßstabe, dann den Bogen gth oder den Winkel gyh = 54° und den Radius gy, berechne die Bögen und nehme das arithmetische Mittel. Ebenso messe die Bögen cwb oder W. czb = 148° und den Radius cz, dann den Bogen fuo oder W. ffo = 69° und den Radius of, berechne die Bögen und nehme das arithmetische Mittel. Das arithmetische Mittel von jenen ist 19,53′, jenes von diesen 15,37, folglich ist im = 15,37 und ml 19,53′, also hat das Rechteck 300□′ (abger.). Multiplicirt man diesen Inhalt noch mit der Dicke, so hat man den kubischen Inhalt; ist dasselbe 6″ dick, so ist $300 . 0,5 = 150,0^{c'}$.

Bemerkt wird noch, daß man den Flächeninhalt in der Praxis genau genug erhält, wenn man die Grundfläche des Gewölbes berechnet und $1\frac{1}{3}$ mal nimmt, denn ist ad 13′ und dc 17′, so ist deren Inhalt 221□′ dazu noch $\frac{1}{3}$ addirt, gibt 294,3□′, wobei die Differenz nicht 6□′ beträgt.

811) Ich habe gefunden, daß, wenn man 1 Metzen = $1,49^{c'}$ Kalk und $4\frac{1}{8}^{c'}$ Sand mit dem nöthigen Wasser vermischt, man bloß $4\frac{1}{2}^{c'}$ Mörtel bekömmt. Berechnet man den Mörtelbedarf für einen Mauerstein, so findet man, wenn das

Mörtelband $\frac{1}{2}''$ beträgt: $14\frac{1}{2}''.7\frac{1}{2}''.\frac{1}{2}''$, dann $14\frac{1}{2}.2\frac{1}{2}.\frac{1}{2}$, endlich $7.2\frac{1}{2}.\frac{1}{2}$ also $(14\frac{1}{2}.7\frac{1}{2}+14\frac{1}{2}.2\frac{1}{2}+7.2\frac{1}{2})\ \frac{1}{2}^{c''}=81{,}25^{c''}$ mithin $0{,}046^{c'}$ Mörtel für einen Stein. Da aber in $4\frac{1}{2}^{c'}$ Mörtel 1 Metzen Kalk enthalten ist, wie viel ist dann in $0{,}046^{c'}$ enthalten? Je weniger c' desto weniger Kalk, also eine gerade Proportion: $1:x=4\frac{1}{2}:0{,}046=0{,}01$ (abgerundet) Metzen Kalk für einen Stein. Aber wie viel c' Sand, wenn in $4\frac{1}{2}^{c'}$ Mörtel $4\frac{3}{8}^{c'}$ enthalten sind? $0{,}046:4{,}5=x:4\frac{3}{8}=0{,}04^{c'}$ (abger.) Sand für einen Stein.

Beispiel. Eine Mauer ist $90\frac{1}{2}'$ lang 21' 8'' hoch und $1\frac{1}{2}$ Stein dick, wie viel braucht man dazu Steine, Kalk und Sand, wie viel kostet sie, wenn das Tausend Steine 20 fl., der Metzen Kalk 30 kr. und $18^{c'}$ Sand d. i. 1 Fuhr 36 kr. kosten, 1 Maurer 400 Steine täglich vermauert und auf 2 Maurer 1 Handlanger gerechnet wird, ein Maurer des Tages 48 kr. und ein Handlanger 36 kr. hat? Wie viele Tage brauchen 12 Maurer?

812) In der Praxis rechnet man auf 1000 Steine 10 — 12 Metzen Kalk und 3 Fuhren Sand, womit unsere Rechnungsweise nahe übereinstimmt, denn wenn 1 Stein 0,01 Metzen Kalk erfordert, so fordern 1000 Steine 10 Metzen und wenn 1 Stein $0{,}04^{c'}$ Sand erfordert, so brauchen 1000 Steine $40^{c'}$ d. i. $2\frac{2}{9}$ Fuhren, da eine Fuhr $18^{c'}$ hält.

813) Da 1 Klafter oder $36^{c'}$ große lagerhafte Brocken 2 Metzen Kalk und $\frac{1}{2}$ Fuhr Sand erfordern, so erfordert $1^{c'}$ 0,06 Metzen Kalk und $0{,}25^{c'}$ Sand, denn: $36:1=2:x=0{,}06$ (abger.) und $36:1=9:x=0{,}25$.

814) Sind die Brocken von kleinerer Art, so brauchen $36^{c'}$ 4 Metzen Kalk und $18^{c'}$ Sand, also $1^{c'}$ 0,111 Metzen Kalk und $0{,}5^{c'}$ Sand, denn: $36:1=4:x=0{,}111$ und $36:1=18:x=0{,}5$.

Da Kalk und Sand nicht immer von derselben Qualität sind, so muß das Verhältniß an den verschiedenen Orten besonders bestimmt werden in der Weise, wie in den letzten 4 Nummern geschehen ist.

815) Ohne Meßinstrumente läßt sich auch annähernd die Höhe, z. B. eines Thurmes, in Absicht auf die Aehnlichkeit der Dreiecke berechnen, als: man stecke in beliebiger Entfernung, Fig. 79., die Stöcke fg und ed senkrecht ein und zwar in der Höhe, daß man von f über d nach c sehen

kann und von d über f nach a; man messe ag und ab dann gf und schreibe die Proportion an: ag:ab=gf:x d. i. bc. Ist ag=4' und ab=20' und gf=3', wie groß ist bc?

Längenmaß verschiedener Länder.

816) Zur Vergleichung wurde der in 144 Linien getheilte Pariser-Fuß genommen; davon enthält

1 bayerischer Fuß	129,38	1 preuß. Fuß oder	
1 franz. Metre	443,296	1 rheinländisch. Fuß	139,13
1 englischer Fuß	135,168	1 rußischer Fuß	238,6
1 englischer Yard	405,3425	1 sächsischer Fuß	125,23
1 hessen-darm. Fuß	110,824	1 schwedischer Fuß	131,6
1 kur-hessisch. Fuß	126,3	1 türkische große Pick	296,6
1 polnischer Fuß	132.	1 Wiener Fuß	140,127
		1 Würtemberg. Fuß	127.

Da 1 bayer. Fuß : 1 öster. Fuß = 129,38 : 140,127, so sind 140,127 b. F. = 129,38 östr. F. Man sieht hieraus, daß die verwechselten Linienzahlen die Gleichheit von Fußlängen für 2 verschiedene Länder bewirken. Z. B. 60 bayr. Fuß, wie viel geben sie österreichische? bayer. F. österr. F.

140,127 = 129,38
60 ?

je weniger bayerische Fuß, desto weniger österreichische, also eine gerade Proportion: 140,127:60=129,38:x. Man multiplicirt also die beiden bekannten Größen des einen Landes, und dividirt das Product durch die gegebene Größe des andern.

Beispiel. Wie viel Würtemberger Fuß geben 364 rheinische?

Raummaß für Flüssigkeiten.

817) Zur Vergleichung wurde der pariser Duodezimal-Kubikzoll genommen, solche hat:

1 bayr. Maß	52,892	1 Dresdner Kanne	47,082
1 franz. Litre	50,4124	1 Wiener Maß	71,3343
1 engl. Gallon	229,0468	Das Helleich-Maß von Würtemberg.	92,11.
1 hessen-darm. Maß	100,825		
1 preuß. Quart	64.		

Beispiel. 460 bayerische Maß, wie viel sind das 1) französische Litres; 2) preußische Quart und 3) Wiener-Maß?

Raummaß für Getreide.

818) Zur Vergleichung dient der pariser Kubikzoll, solche hat

1 bayr. Schäffel 11299,1	1 Berliner Schäffel . . . 3072.
1 franz. Litre 50,4124	1 Dresdner Schäffel . . . 5238.
Das engl. Quarter . . 14659.	1 Wiener Metzen 3100,33
1 hessen-darmst. Malter . . 6453.	Würtemberger Schäffel . 8934,4

Beispiel. 10 bayerische Schäffel, wie viel sind das 1) hessische Malter; 2) Berliner Schäffel; 3) Würtemberger Schäffel?

Gewicht.

819) Zur Vergleichung nimmt man die französischen Milligrammes, solche enthält

1 bayr. Handels Pf. 560000	1 hessen-darmst. Pfund . . 500000
1 bayr. Apotheker Pfund . . 360000	1 preußisch. Pf. 467711
1 franz. Kilogramm 1000000	1 sächsisches Pf. 467163,64
1 engl. Troygewicht 373244	1 Wiener Pfund 560012
1 engl. avoir du poids (Handelg.) 453395	1 Würtemb. Pf. 467707

Beispiel. 100 bayr. Pfunde, wie viel geben sie 1) Kilogrammes; 2) preußische Pfund; 3) Wiener Pfund?

820) Bemerkt wird, daß in Frankreich und in der Pfalz 5 Arten von Maßen nach dem Dezimalsysteme in Kraft sind, wie folgt: 1) Die Einheit des Längenmaßes ist der Metre (spr. Meter), d. i. der 10 millionste Theil des Meridian-Quadranten; 2) die Einheit des Flächenmaßes ist Are (spr. Ar), d. i. ein Quadrat, wovon jede Seite 10 Metres hat; 3) Die Einheit des Brennholz-Maßes heißt Stere (spr. ster) und ist ein Kubus, wovon jede Seite einen Metre lang ist;

4) Die Einheit des Hohlmaßes für jede flüssige und trockne Sache heißt Litre (spr. liter) und ist ein Kubus, wovon jede Seite einen Decimetre (spr. deßimeter, der 10te Theil des Metre) lang ist: und 5) die Einheit des Gewichts heißt Gramme (spr. gram) und hat die Schwere eines Kubikcentimetre (spr. ßanti.) destillirten Wassers bei $3\frac{1}{4}^{0}$ R.

Dieses Normalmaß, der Metre, wird nach dem Decimalmaße aufwärts mit den griechischen Benennungen: Myria = 10000; Kilo = 1000; Hekto = 100; Deka = 10 vervielfacht, und abwärts mit den lateinischen Benennungen: Deci = 0,1; Centi = 0,01; Milli = 0,001 vermindert. Man sagt also z. B. Myriamètre, Kilomètre, Hektolitre, Decagrammes, Decistère, Centiare, Millilitre etc.

821) Die lufttrockenen ungeflößten Hölzer stehen in Absicht auf ihre Heizkraft in folgender Ordnung:
Eiche, Esche, Ulme, Ahorn, Birke, Buche, Weide, Pappel, Tanne, Kiefer, Fichte, Linde, und die Verhältnisse sind, wie folgt: es geben 100 Klaftern von

	Fichte	Tanne	Birke		Fichte	Tanne	Birke
Klaftern von Eiche	59	65½	88	Klaftern von Weide	91	102	138
Esche	60	66	89	Pappel	92	103	139
Ulme	63½	71	95½	Tanne	89	100	134
Ahorn	65	73	96	Kiefer	94	105	141½
Birke	66½	74	100	Fichte	100	112	150½
Buche	70	79	105½	Linde	107	120½	160

Z. B. 1) Wie viele Klaftern Fichtenholz ersetzen 50 Klaftern Buchenholz.
100 Kl. F. = 70 Kl.
? » = 50 Kl. = 71,4 Kl. F.

2) Wie viele Klaftern Buchenholz ersetzen 100 Klaftern Birkenholz. 3) Ein Scheiterhaufen von Tannenholz, der 56' lang und 15' hoch ist, soll gegen Eichenholz vertauscht werden, wie viel Klaftern von letzterm werden zum Austausche nothwendig?

822) Das Brennholz wird aus den Baumstämmen gespalten. Werden die gespaltenen Scheiter geklaftert und die so aufgerichteten Scheiter dem kubischen Inhalte nach bestimmt, so wird man mehr Kubikfuß bekommen, als man bei Berech-

nung der Baumstämme erhalten und zwar in dem Verhältnisse, daß $2^{c'}$ Stammholz $3^{c'}$ Klafterholz geben, wodurch man eine gerade Proportion erhält: als $2:3 = c'$ Stammholz : c' Klafterholz. Z. B. Man hat $1340^{c'}$ Stammholz, es frägt sich, wie viel c' Klafterholz? $2:3 = 1340:x = 2010$.

Beispiel. Man hat 5 Bäume geschlagen; dieselben sind als lauter gleiche Kegel anzusehen, wovon die Grundfläche einen Durchmesser von $2\frac{1}{2}'$ hat, die Höhe beträgt $57'$, es frägt sich, wie viel sie Klafterholz geben?

823) In ähnlicher Weise werden auch $10^{c'}$ ausgeworfener (fester) Erde $17^{c'}$ (lockere), man hat sohin auch die Proportion: $10:17 = c'$ feste ; c' lockere Erde. Z. B. $3000^{c'}$ Erde wurden bei Grabung einer Grube ausgeworfen; wie viel c' werden daraus? $10:17 = 3000:x = 5100^{c'}$

Beispiel. Es soll ein Graben $45'$ lang, $8\frac{1}{2}'$ breit und $6\frac{1}{4}'$ tief, ausgeworfen werden, wie viel Fuhren Erde macht das, wenn auf einen Wagen $24^{c'}$ gerechnet werden?

824) Communicirende Röhren sind zwei mit einer Zwischenröhre verbundene Röhren, Fig. 80, worin die Flüssigkeiten von gleicher spezifischer Schwere gleich hochstehen. Haben die Flüssigkeiten ungleiche Schwere, so stehen die Höhen derselben darin zu den Schweren umgekehrt proportionirt, nach $s:S = H:h$, wenn s und h die specifische Schwere und die Höhe des Wassers, S und H die specifische Schwere und die Höhe des Quecksilbers bezeichnet. Die specifische Schwere des Wassers ist bekanntlich $= 1$ und jene des Quecksilbers 13,6; die Höhe des Wassers werde gesucht, jene des Quecksilbers ist $30{,}05'$ §. 484. $1:13{,}6 = 30{,}05:x = 34{,}05'$, also könnte in den Pumpen rc. das Wasser durch den Luftdruck $34{,}05'$ hinaufgetrieben werden, wenn keine Reibung und kein Widerstand der Luft (da die Kolben nicht ganz luftdicht sind) vorhanden wären. Man darf ein solches Hinauftreiben in der Regel kaum zu $26'$ annehmen.

Beispiel. Wie hoch steht in communicirenden Röhren der Weingeist, wenn in der einen Röhre Weingeist, in der andern Wasser, ist?

825) Hat der Läufer eines Mühlwerkes $3'$ Durchmesser, wie gewöhnlich, und macht derselbe, wie ebenfalls gewöhnlich ist, circa 200 Umläufe in der Minute, so treffen auf die

Secunde $\frac{200}{60} = \frac{10}{3}$ Umläuf. Ein solcher Stein hat am Umfange $3 . 3{,}14 = 9{,}42'$, und es macht also ein Peripheriepunkt in der Secunde $9{,}32 . \frac{10}{3} = \frac{94{,}2}{3} = 31{,}4'$, was zur Erreichung des größten Effectes etwas zu viel sein möchte. Nimmt man aber als vortheilhafteste Peripheriegeschwindigkeit 27' an, so bekömmt man 172 Umläufe für die Minute nach der Proportion: $27 : 9{,}42 = 1 : x = 0{,}349$ Sec. zu 1 Umlaufe. So oft nun 0,349 Sec. in einer Minute = 60 enthalten ist, so viel Umdrehungen soll der Läufer in der Minute machen $= \frac{60}{0{,}349} = 172$ nahe.

Beispiel a) Wie viel Umläufe soll in der Minute der Läufer machen, welcher 3' 4" Durchmesser hat?

Beispiel b) Wie viel Umläufe soll in der Minute der Läufer machen, welcher 4' Durchmesser hat?

826) Aus der obigen Proportion ist ersichtlich, daß man die Secundenzahl zu einem Umlaufe des Läufers erhält, wenn man die Peripherie $d\pi$ mit der Geschwindigkeit $c = 27$ dividirt. Kennt man die Geschwindigkeit der Peripherie des Wasserrades $= \frac{D\pi}{C}$ und die Umfangsgeschwindigkeit des Läufers $= \frac{d\pi}{c} = \frac{d\pi}{27}$, so findet man die Umläufe n des Läufers, während das Rad einmal umläuft, nach der Proportion: $\frac{d\pi}{c} : \frac{D\pi}{C} = 1 : n$, also verhalten sich die Umdrehungszahlen in derselben Zeit umgekehrt wie die Anzahl der zu einem Umlaufe nöthigen Secunden, denn je mehr Umdrehungen in derselben Zeit, desto weniger Secunden zu 1 Umlaufe. Z. B. Wie groß ist der Durchmesser des Wasserrades, wenn die Geschwindigkeit des Wassers 18', s. 700, der Durchmesser des Läufers 3' beträgt, und der Läufer 12 mal während eines Umganges umläuft? $\frac{d\pi}{27} : \frac{D\pi}{9} = 1 : n$, also $\frac{3}{27} : \frac{D}{9} = 1 : 12$ oder $\frac{D}{9} = \frac{3}{27} . 12$ oder $D = \frac{3}{27} . 12 . 9 = \frac{1}{9} . 12 . 9 = 12$.

Beispiel. Wäre nach dem vorigen Beispiele die Geschwindigkeit des Wassers 12' wie groß wäre dann der Raddurchmesser?

827) Es ist berechnet worden, daß 1 Mauerstein 0,01 Metzen Kalk, daß ferner derselbe 0,04 c' Sand braucht, wenn Sandmörtel bereitet wird, wenn nun 1c' Mauer 5,3 Steine

hält, der Metzen Kalk 30 kr. und $18^{c'}$ Sand 36 kr. kosten, wie viel kostet dann der Sandmörtel zu $1^{c'}$ Mauer? — Kalk 1,59 kr. und Sand 0,424 kr. — Wenn ferners nach Panzer für den Vorarbeiter 9 kr., für den Mörtelrührer 22 kr. und für Geschirr 6 kr. bei $100^{c'}$ gerechnet werden, wie viel kostet dieser Bedarf an Mörtel? s. 811. 0,09 kr.

Was kosten die zu einem c' Mauer nöthigen Steine? — 6,36 kr. — Was kostet der Lohn für $1^{c'}$ Mauer von Seite der Maurer und Handlanger, wenn ein Maurer 400 Steine täglich vermauert und 48 kr. hat, und auf 2 Maurer ein Handlanger gerechnet wird, der täglich 36 kr. hat? = Maurer 0,6 kr., Handlanger 0,23 kr. — Was kostet endlich $1^{c'}$ Mauer? = 9,3 kr. (abg.) also 9 kr. 1 dl. circa.

Theilungs-Regel.

828) Die Theilregel gibt die Art und Weise an, wie ein Ganzes in ungleiche aber verhältnißmäßige Theile getheilt wird. Sie stützt sich auf den Satz 769 2) und wird allgemein so ausgedrückt: die Summe der Verhältnißzahlen verhält sich zu jeder Verhältnißzahl, wie die zu theilende Summe zu x. Z. B. von 3 Kaufleuten gibt einer 1000 fl., der andere 2000 fl. und der dritte 3000 zu einer gemeinsamen Handelschaft. Sie gewinnen 1000 fl. wie viel erhält jeder nach dem Verhältnisse des Beitrages?

$1000 + 2000 + 3000 = 6000$ Summe der Verhältnißzahlen,

also: $6000 : 1000 = 1000 : x = 166\frac{2}{3}$ fl. erhält der Iste.

$6000 : 1000 = 2000 : x = 333\frac{1}{3}$ fl. » » IIte.

$6000 : 1000 = 3000 : x = 500$ fl. » » IIIte.

1000 fl. als Probe.

829) Ein Vermächtniß von 12000 fl. lautet dahin, daß es unter 4 Personen nach dem Verhältniß ihres Alters vertheilt werden soll, nun ist A. $43\frac{3}{4}$ Jahre, B. $66\frac{1}{4}$ Jahre, C. 77 und D. $80\frac{1}{2}$ Jahre alt, es frägt sich, wie viel ein Jeder erhalte?

830) Fünf Bauern, wovon A. $\frac{3}{4}$ Hof, B. $\frac{1}{2}$ Hof, C. $1\frac{1}{2}$ Hof, D. 1 Hof und E. $\frac{2}{3}$ Hof hat, sollen zur Anlegung einer Strasse 1000 Fuhren machen, wie viel Fuhren treffen im Verhältnisse zu ihren Gütern auf einen jeden?

831) Zu einem guten Schießpulver gehören 16 Loth Salpeter, 3 Loth Kohlen und 2 Loth Schwefel, wie viel von jedem dieser Stoffe sind in 100 Pf. Pulver?

832) Ist außer diesem Verhältniß auch noch das Verhältniß zur Zeit oder zu den Arbeitern gegeben, so entsteht eine zusammengesetzte Theilregel. Hier multiplicire man zuerst die Zeit oder Arbeiter mit den übrigen Verhältnißzahlen und verfahre wie oben. Z. B. A. gab 1000 auf 8, B. 2000 auf 6 und C. 3000 fl. auf 3 Monate zu einem gemeinsamen Handel. Sie gewinnen 1000 fl., wie viel Gewinn erhält nach den gegebenen Verhältnissen jeder?

$1000 . 8 + 2000 . 6 + 3000 . 3 = 29000$ also:

$29000 : 8000 = 1000 : x = 275\frac{25}{29}$ fl. der Ite.
$29000 : 12000 = 1000 : x = 413\frac{23}{29}$ fl. » IIte.
$29000 : 9000 = 1000 : x = 310\frac{10}{29}$ fl. » IIIte.
1000 fl. als Probe.

833) Drei Bauern hatten für eine gemeinschaftliche Weide 36 fl. zu bezahlen, A. trieb 50 Stück Vieh, B. 20 und C. 33 auf dieselbe, wie viel mußte jeder nach Verhältniß bezahlen?

834) Drei Fuhrleute bezogen für gemachte Fuhren 100 fl., A. fuhr 3 Wochen mit 1 Pferde, B. 2 Wochen mit 3 Pferden und C. $1\frac{1}{2}$ Wochen mit 4 Pferden, wie viel bezog nach Verhältniß jeder?

Potenzen.

835) Ein Product aus lauter gleichen Faktoren heißt eine Potenz oder Würde. Die Anzahl der gleichen Faktoren nennt man den Grad oder Exponenten, und schreibt ihn über die Zahl. Die Potenzen des zweiten Grades heißt man Quadrat, die des dritten Kubus. Z. B. 4.4 oder kürzer so bezeichnet: 4^2 d. i. 4 zum Quadrat oder 4 zur zweiten Würde erhoben $= 16$. Aber 4.4.4 oder kurz 4^3 heißt: 4 zum Kubus oder zur dritten $= 64$. Oder allgemein: $a . a = a^2$; $a . a . a = a^3$; $a . a . a . a = a^4$ und überhaupt zu irgend einer Würde erhoben $= a^n$.

836) Wird 1 zu einer Potenz erhoben, so bleibt immer 1. Wird aber eine Zahl, welche am Ende Nullen hat, potenzirt,

so bekömmt sie im Quadrat doppelt so viel, im Kubus 3 mal so viel Nullen u. s. w. Z. B. $10^2 = 100$; $10^3 = 1000$; $10^4 = 10000$. $20^2 = 400$; $20^3 = 8000$, indem es heißt: $20 . 20 . 20 = 8000$.

837) Soll ein Product potenzirt werden, so muß man jeden Faktor potenziren, z. B. $(ab^2) = a^2 . b^2$, da es eigentlich heißt: $ab . ab = a^2 . b^2$; $(4 . 5)^3 = 4^3 . 5^3 = 64 . 125 = 8000$. Dasselbe Resultat erscheint auch, wenn man zuerst 4 und 5 multiplicirt und das Product potenzirt, als: $(4 . 5)^3 = 20^3 = 8000$.

838) Soll ein Bruch potenzirt werden, so muß das mit Zähler und Nenner geschehen, z. B. $\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{a^2}{b^2}$; $(\frac{4}{5})^2 = \frac{4^2}{5^2} = \frac{16}{25}$, denn es heißt eigentlich: $(\frac{4}{5})^2 = \frac{4}{5} . \frac{4}{5} = \frac{4^2}{5^2}$.

839) Gleichartige Potenzen (gleiche Buchstaben mit gleichen Exponenten) werden addirt, wenn man bloß die Coefficienten addirt oder subtrahirt s. 545. Z. B.

$$\begin{array}{r} 4a^2 + 3b - 5c^3 + d^3 \\ 5a^2 - 2b - 6c^3 - 2d^3 \\ 4a^2 + 3b + 6c^3 + 5d^3 \\ -6a^2 + 4b - 3c^3 - 3d^3 \\ \hline 7a^2 + 8b - 8c^3 + d^3 \end{array}$$

Beispiel:

$$\begin{array}{r} 6a^3 + 3b^4 - 4c^2 \\ 7a^3 - 2b^4 + 3c^2 \\ -3a^3 + 7b^4 + 9c^2 \\ 5a^3 + 3b^4 - 3c^2 \\ \hline \end{array}$$

840) Gleichartige Größen werden subtrahirt, wenn man im Subtrahend die Zeichen ändert und dann addirt. Z. B.

$$\begin{array}{r} 4a^2 - 3b + 5c^2 \\ \mp 3a^2 \pm 6b \mp 3c^2 \\ \hline 7a^2 - 9b + 8c^2 \end{array}$$

Beispiel

$$\begin{array}{r} 7a^3 - 3b^2 + 5c^4 \\ -2a^3 + 2b^2 - 7c^4 \\ \hline \end{array}$$

841) Potenzen von verschiedenen Grundzahlen werden multiplicirt, wenn man sie neben einander hinstellt, aber die Coefficienten multiplicirt. Z. B. $3a^2 . 4b^3 = 12a^2b^3$. Bemerkt wird, daß gleiche Zeichen + geben und ungleiche Zeichen —, als: $3a^2 . -4b^3 = -12a^2b^3$, aber $3a^2 . 4b^3 = 12a^2b^3$.

842) Potenzen von gleicher Grundzahl werden multiplicirt, wenn man die Exponenten addirt. Z. B. $5a^3 . 3a^2 = 15a^5$, oder $a^3 . a^2 = a^5$; denn $a^3 = aaa$, $a^2 = aa$ also $aaaaa$ oder kürzer a^5. Beispiel. $27a^3 . 4a^5$.

843) Ist aus zwei- oder mehrgliederigen Größen das Product zu suchen, so multiplicire man jedes Glied der einen

Größe mit allen Gliedern der andern, und addire die Partialproducte. Z. B. $(5a+3b^2+4c^3).(2a-2b^2)$ also:

$$\begin{array}{llllll}
5a & +3b^2 & +4c^3 & & & \\
2a & -2b & & & & \\
\hline
10a^2 & +6ab^2 & +8ac^3 & & & \\
 & -10ab & -6b^3 & -8bc^3 & & \\
\hline
10a^2 & +6ab^2 & +8ac^3 & -10ab & -6b^3 & -8bc^3
\end{array}$$

Beispiel. $(2b^3-3c^2+d^2)\,(3b^2+2c^2)$.

844) Der allgemeine Ausdruck für jede zweigliedrige Summe ist demnach: $(a+b)^2$ oder

$$\begin{array}{lll}
a & +b & \\
a & +b & \\
\hline
a^2 & +ab & \\
 & ab & +b^2 \\
\hline
a^2 & +2ab & +b^2
\end{array}$$

also besteht das Quadrat einer zweigliedrigen Summe, 1) aus dem Quadrate des ersten Theiles, 2) aus dem doppelten Producte des ersten in den zweiten Theil und 3) aus dem Quadrate des letzten Theiles. Mann erhebe 36 zum Quadrat.

$36=(30+6)^2$ oder

$$\begin{array}{llll}
30 & +6 & & \\
30 & +6 & & \\
\hline
900 & +180 & & \\
 & 180 & +36 & \\
\hline
900 & +360 & +36 & =1296.
\end{array}$$

oder $36.36=1296$.

Das Quadrat einer mehrtheiligen Größe besteht dann immer 1) aus den Quadraten aller einzelnen Glieder; 2) aus den doppelten Producten eines jeden einzelnen Gliedes in die Summe aller vorhergehenden. Man nehme eine dreitheilige Größe und erhebe sie zum Quadrat:

$(a+b+c)^2$ oder

$$\begin{array}{llllll}
a & +b & +c & & & \\
a & +b & +c & & & \\
\hline
a^2 & +ab & +ac & & & \\
 & ab & +b^2 & +bc & & \\
 & & ac & +bc & +c^2 & \\
\hline
a^2 & +2ab & +b^2 & \underbrace{+2ac+2bc}_{2(a+b)c} & +c^2 &
\end{array}$$

also; $a^2+b^2+c^2+2ab+2(a+b)c$.

Beispiel. $346^2 = (\overset{a}{300} + \overset{b}{40} + \overset{c}{6})^2$ also $300^2 + 40^2 6^2 + 2.300.40 + 2(300 + 40).6 = 90000 + 1600 + 36 + 24000 + 4080 = 119716$ oder $346.346 = 119716$.

Nach der gegebenen Erklärung und dem vorliegenden Beispiele kann man leicht auch 4 und mehrtheilige Größen quadriren. Beispiel. Man quadrire: 1) 327; 436; 3) 571; 4) 4576; 5) 7839; 6) 78945.

845) Soll $a + b$ zum Kubus erhoben werden, $(a+b)^3$ oder

$$\begin{array}{ll} a + b & a^2 + 2ab + b^2 \\ a + b & a + b \\ \hline a^2 + ab & a^3 + 2a^2b + ab^2 \\ \quad ab + b^2 & \quad a^2b + 2ab^2 + b^3 \\ \hline a^2 + 2ab + b^2 & a^3 + 3a^2b + 3ab^3 + b^3 \end{array}$$

also ist der Kubus einer zweitheiligen Größe gleich 1) dem Kubus des ersten Gliedes; 2) dem dreifachen Producte aus dem Quadrate des ersten Gliedes in das zweite; 3) dem dreifachen Producte aus dem ersten Gliede in das Quadrat des letzten Gliedes und 4) dem Kubus des letzten Gliedes. Z. B. $56^3 =$

$$\begin{array}{rl} (50 + 6)^3 = & 50 + 6 \\ & 50 + 6 \\ \hline & 2500 + 300 \\ & \quad\quad 300 + 36 \\ \hline & 2500 + 600 + 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2500 + 600 + 36 \\ 50 \quad + 6 \\ \hline 125000 + 30000 + 1800 \\ \quad\quad 15000 + 3600 + 216 \\ \hline 125000 + 45000 + 5400 + 216 = \\ \quad 175616 \text{ oder } \end{array} \quad \begin{array}{r} 56 \\ 56 \\ \hline 3136 \\ 56 \\ \hline 175616. \end{array}$$

Der Kubus einer mehrtheiligen Größe besteht aus 1) den dritten Potenzen aller einzelnen Glieder; 2) den dreifachen Producten jedes einzelnen Gliedes in das Quadrat der Summe

aller vorhergehenden und 3) aus den dreifachen Producten des Quadrates jedes einzelnen Gliedes in die Summe aller vorhergehenden Glieder. Man cubire 1) $(a+b+c)^3$. 2) 567; 3) 3845; 4) 78423.

846) Potenzen, deren Grundzahlen verschieden sind, werden bei der Division bloß angedeutet, als $b^2 : c^3 = \frac{b^2}{c^3}$; $7a^2 ; 3b^3 = \frac{7a^2}{3b^3}$.

847) Potenzen mit gleichen Grundzahlen werden dividirt, wenn man die Grundzahl nur einmal setzt und die Exponenten abzieht. Z. B. $a^3 : a^2 = a^1 = a$; Beispiel: $\frac{b^5}{b^2} = b^3$, denn $\frac{bbbbb}{bb} = bbb = b^3$.

848) Kreis ist die von der Peripherie eingeschlossene Fläche, s. 607. Sein Flächeninhalt wird bestimmt durch $r^2\pi$ oder $\frac{d^2\pi}{4}$, wenn r der Halbmesser und d der Durchmesser ist. Z. B. Welchen Inhalt hat der Kreis, dessen Durchmesser $7\frac{3}{4}'$ ist; $\frac{\left(\frac{31}{4}\right)^2 \pi}{4} = \frac{\frac{31^2}{4^2} . 3{,}14}{4} = 47{,}15\square'$, oder $(\frac{31}{8})^2 . 314 = 47{,}15\square'$.

849) Man berechne den Inhalt von einem Kreise, dessen Durchmesser ist 1) $5\frac{3}{4}'$; 2) 6'; 3) $5\frac{1}{2}'$; 4) 12'; 5) 20'; 6) $17\frac{1}{2}$?

850) Soll der Inhalt eines Kreisringes, Fig. 81, d. i. die Fläche zwischen den beiden Kreisen gefunden werden, so rechne entweder die beiden Kreise aus und ziehe den kleinern von dem großen ab, oder kürzer nach der Formel $(R^2 - r^2)\pi$, wenn R der Radius des großen und r jener des kleinen Kreises ist. Z. B. Welches ist der Inhalt des bezeichneten Kreisringes, wenn R 6' und r 4' ist? $(6^2 - 4^2)\ 3{,}14 = (36 - 16)\ 3{,}14 = 62{,}8\square'$, oder $6^2 . 3{,}14 - 4^2 . 3{,}14 = 62{,}8\square'$.

851) Wie groß ist der Kreisring, wenn 1) $R = 7\frac{1}{2}'$ und $r = 4\frac{3}{4}'$; 2) $D = 5\frac{3}{4}'$ und $d = 2\frac{1}{2}'$; 3) $R = 7\frac{3}{4}'$ und $d = 4'$.

852) Man berechnet den kubischen Inhalt eines Kegels nach: $\frac{r^2\pi . h}{3}$ oder $\frac{\frac{d^2\pi . h}{4}}{3}$, wenn r der Halbmesser der

Grundfläche und h die Achse, d. i. die Senkrechte von der Spitze auf den Mittelpunkt der Grundfläche ist, Fig. 82. Z. B. Der Durchmesser eines 9' hohen Kegels ist 4', welches ist sein kubischer Inhalt? $\frac{2^2 . 3.14 . 9}{3} = 37,68^{c'}$.

853) Welchen Inhalt hat der Kegel von 1) 637; 2) 638.

854) Der kubische Inhalt eines Cylinders, Fig. 64, wird gefunden nach: $r^2 \pi h$. Z. B. Welchen Inhalt hat ein 20' langer Cylinder, dessen Grundfläche einen Durchmesser von 2' hat? $1^2 . 3,14 . 20 = 62,8^{c'}$.

855) Welchen Inhalt haben die Cylinder von 640 und 641?

856) Ist der Cylinder schief abgeschnitten, Fig. 83, so wird der auf die Seiten senkrechte Kreis ab berechnet und mit dem arithmetischen Mittel von dc und eb als durchschnittliche Höhe multiplicirt. Z. B. Welchen Inhalt hat ein Cylinder, dessen senkrechter Kreis auf die Seiten einen Durchmesser von 4' und wovon dc 7' und eb 5' hat? $2^2 . 3,14 . \frac{7+5}{2} = 75,36^{c'}$. So wie beim Cylinder durch das arithmetische Mittel die Höhe erzeugt wird, eben so muß das auch geschehen bei jedem schief geschnittenen Prisma. Z. B. Die Kieshaufen haben die Gestalt von Fig. 84. Welchen Inhalt hat ein solcher, wenn ab 10', ae 4', md 2' und dc 6' hat? $\frac{4}{2}^2 . \frac{10+6}{2} = 32^{c'}$. Er wird sohin als Prisma berechnet mit der Grundfläche gkh und der Höhe aus dem Mittel von dc und ab.

Beispiel. Welchen Inhalt hat der Körper, Fig. 85, wenn ab 20', md 4', dc 15, ef 18' ae 9' hat? — gkh. $\frac{ab + dc + ef}{3}{}^{c'}$

857) Aus dem Vorhergehenden wird es leicht sein, folgende Aufgaben zu berechnen. Ein 50' tiefer Brunnen ist 1 Stein dick ausgemauert worden, der lichte Durchmesser des ausgemauerten Brunnen ist 4', wie viel Kubikfuß gibt das Mauerwerk? $(6^2 - 4^2)\ 3,14 . 50^{c'}$, wie viel kostete das Ausmauern, wenn ein Maurer täglich 250 Steine vermauerte und ein Maurer einen Handlanger hatte. Die Preise sind bekannt.

858) Der Inhalt der Oberfläche einer Kugel wird nach $d^2\pi$ oder $4r^2\pi$ oder $d.d.\pi$ s. 611. Welchen Inhalt hat die Kugelfläche, wenn der Durchmesser 2' beträgt? $2^2 . 3,14 = 12,56\square'$ oder $4 . 1^2 . 314 = 12,56\square'$.

859) Man mache die Beispiele von 611, 612 613.

860) Der Kubikinhalt der Kugel ist nach: $\frac{d^3\pi}{6}$ oder $4r^3\pi$.

Welchen Inhalt hat eine Kugel von 3' Durchmesser? $\frac{3^3 \cdot 3{,}14}{6}$ $= 14{,}13^{c'}$

861) Welchen Inhalt haben die Kugeln von 611, 612, 613?

862) Der kubische Inhalt eines abgekürzten Kegels bestimmt sich nach: $\frac{1}{3}h\pi(R^2+r^2+Rr)$ oder $\left(\frac{Dd+D^2+d^2}{12}\right)\pi h$

z. B. Welchen Inhalt hat ein abgekürzter Kegel, welcher 30' hoch ist, und dessen untere Grundfläche einen Durchmesser von 2' und dessen obere einen von 12$^{d''}$ hat? $\frac{1}{3} \cdot 30 \cdot 3{,}14$ $(1^2+0{,}6^2+1 \cdot 0{,}6) = 61{,}544^{c'}$.

863) Wollte man die abgekürzten Kegel in der Weise berechnen, daß man zuerst den Inhalt des ganzen Kegels suchte, dann den Inhalt des fehlenden Stückes und am Ende das letztgefundene Resultat vom erstgefundenen abzöge, so muß vorher die Höhe des ganzen Kegels und jene des fehlenden Stückes berechnet werden. Da die Dreiecke, Fig. 86, abd und acf ähnlich sind, so findet folgende Proportion statt: $ab:bd = ac:cf$, folglich $cf = \frac{bd \cdot ac}{ab}$. Aber bd kann gemessen werden, im vorigen Beispiele $= 30'$, ac ist ebenfalls gemessen $= 1$, ebenso findet sich ab, wenn man ed von ac abzieht, welche gleich sind, da edcf ein Parallelogramm ist, $1' - 0{,}6$, $= 0{,}4'$, also $0{,}4 : 30 = 1 : x = 75'$ die ganze Höhe. Die Höhe des fehlenden Stückes ist $75 - 30 = 45'$. Der Kubikinhalt des ganzen Kegels $\frac{1^2 \cdot 3{,}14 \cdot 75}{3} = 78{,}5^{c'}$; der Kubikinhalt des kleinen fehlenden Kegels $\frac{0{,}6^2 \cdot 3{,}14 \cdot 25}{3} = 16{,}956^{c'}$ dieses vom ganzen Inhalte abgezogen gibt: $61{,}544^{c'}$ wie oben.

864) Wenn keine große Genauigkeit erforderlich ist, kann man den abgekürzten Kegel in der Art als Cylinder behandeln, daß man einen mittleren Halbmesser sucht, aus diesem den mittleren Kreis bestimmt und den Inhalt mit der Höhe multiplicirt, als: Der untere Halbmesser war 1', der obere 0,6' also $\frac{1+0{,}6}{2} = 0{,}8'$ mittlerer Halbmesser, daher $0{,}8^2 \cdot 3{,}14 =$

2,0096□′ mittlerer Kreis, mit der Höhe 30 multiplicirt gibt 60,288c′; zu klein um 1,256c′.

865) Ein bleierner abgekürzter Kegel ist 2′2dd″ hoch, der untere Durchmessrr ist 2′, der obere 1′ 2″, wie viel wiegt er?

866) Ein Baumstamm ist 18′ hoch; R = 2,4′ und r = 2′, wie viel Klafterholz gibt er?

867) Welchen kubischen Inhalt hat ein $4\frac{1}{2}$′ hohes Faß, von dessen gleichen Grundflächen jede einen Durchmesser von $2\frac{1}{4}$′ hat? Man berechne es 1) als zwei abgekürzte Kegel und 2) als Cylinder. (Das arithmetische Mittel aus der Spund- und Bodentiefe gibt den Durchmesser zur Berechnung des Kreises.)

868) Der Kreisausschnitt wird gefunden nach der Proportion: 360 : n° = Krsfl. : Krsschnitt. Z. B. Welchen Inhalt hat ein Kreisausschnitt, der einen Bogen von 50°, der Durchmesser 10′ hat? 360 : 50 = 5² . 3,14 : x = 10,9□′.

Man kann auch zuerst den Bogen berechnen und dann den Kreisausschnitt wie ein Dreieck behandeln, als: 360 : 50 = 10 . 3,14 : x = 4,361′ Bog., also: Dreieck = $\frac{4{,}361 \cdot 5}{2}$ = 10,9□′, ist B = Bgl, hat man die Formel: $\frac{B \cdot r}{2}$ = Krsschnitt.

Diese Berechnung findet auch bei der Bestimmung der Seitenfläche eines senkrechten Kegels statt, da seine abgewickelte Fläche einen Kreisausschnitt bildet, s. 612 und Fig. 82. Z. B. Wie groß ist die Seitenfläche dieses Kegels, wenn er 1,3888′ zum Durchmesser und 5′ Höhe hat: man berechne die ausgebreitete Seitenfläche als Kreisausschnitt, dessen Bogen ab 50° hat; der dazu gehörige Halbmesser ac ist 5′?

869) Welchen Inhalt hat die Fläche eines Ausschnittes, wenn der Winkel desselben 75° 37′ und der Halbmesser 15′ 6″ hat?

870) Die Kreisflächen verhalten sich, wie die Quadrate ihrer Halb- oder Durchmesser. Z. B. Kreisfläche A. hat einen Durchmesser von 25′ und Kreisfläche B. einen von 20′. Die Bodenbelegung von A. kostet 140 fl., wie viel kostet verhältnißmäßig jene von B.? A : B = 140 : x; aber statt der Kreisflächen die Quadrate der Durchmesser gibt: 25² : 20² = 140 : x = 89,6 fl.

871) Ein runder Platz faßt 800 Menschen, wenn sein

Durchmesser 38′ ist, wenn nun ein anderer 50′ Durchmesser hat, wie viel faßt er Menschen?

872) Der Widerstand, hervorgehend aus der Zerreibung des Getreides zwischen den Steinen, beträgt 21,3 Pf. wenn der Halbmesser des Läufers 1′ ist. Der Widerstand ist natürlich um so größer, je größer die Mahlfläche ist; diese Flächen aber verhalten sich, wie vorher gezeigt wurde, wie die Quadrate der Halbmesser. Man findet also für jeden beliebigen Halbmesser r den Widerstand W nach der Proportion: $1^2 : r^2 = 21{,}3 : W$, also $W = 21{,}3 . r^2$. Man erhält das Lastmoment, wenn man den gefundenen Widerstand $= 21{,}3 . r^2$ mit der zweckmäßigsten Geschwindigkeit 27′ multiplicirt, also $21{,}3 . r^2 . 27$, sohin Lastmoment $= 575{,}1 r^2$. Rechnet man für die Reibung 0,1 Lastm. bei einfachem Gange und $\frac{1}{8}$ Lastm. bei einem Vorgelege, so ist das Lastmoment im ersten Falle $= 575{,}1 r^2 + 0{,}1 . 575{,}1 r^2 = 575{,}1 r^2 + 57{,}51 r^2 = (575{,}1 + 57{,}51) r^2 = 632{,}61 . r^2$ und im zweiten Falle $= 575{,}1 r^2 + \frac{1}{8} . 575{,}1 r^2 = 575{,}1 r^2 + 71{,}9 . r^2$ (abg.) $= (575{,}1 + 71{,}9) r^2 = 647 . r^2$. Jetzt ist es leicht das Lastmoment bei jedem beliebigen r des Läufers zu finden. Z. B. hat der Radius 2′, so ist das Lastmoment ohne Vorgericht für die Secunde $632{,}61 . 2^2 = 2530{,}44$ Pf. $=$ 2530 Pf. und für die Minute $2530 . 60 = 151800$ Pf., in Pferdekraft $= \frac{151800}{25000} = 6$ Pferde nahe. Wie viel Pferdekraft mit einem Vorgelege?

873) Wie viel Pferdekraft ist erforderlich für einen Mühlgang, wenn der Läufer 3′ 4″ hat, 1) ohne 2) mit Vorgelege?

874) Wie viel Pferdekraft hat eine Mahlmühle 1) mit einfachem Zeuge (Gschirr) und 2) mit einem Vorgerichte, wenn der Läufer einen Durchmesser von 3′ hat?

875) Der Druck der Luft auf einen □″ ist bei dem Normalbarometerstande von 31,16′.. 11 Loth. Ist nun eine Fläche von irgend einer Anzahl Quadratzolle und irgend eine Höhe der Quecksilbersäule in Zollen, welcher der Dampf das Gleichgewicht hält, gegeben, so ist die Druckkraft des Dampfes $=$ □″ . h″ . 11 Loth, oder wenn die Zahl der Atmosphären gegeben ist, welche der Spannkraft des Dampfes entspricht, so ist der Druck $=$ □″ . n . 11 Pf., s. 484 u. ff. Der Effect in der Minute bei doppeltwirkenden Dampf-Maschinen $=$ dem Producte aus der eben gefundenen Druckkraft in die Ge-

schwindigkeit C des Kolbens, also $E = D . C$ oder statt $D = \square''.h''.11$, sohin $E = \square'' h . 11 . C$. Die Geschwindigkeit C ist ein Product aus der Hubhöhe H in Fuß, in die Anzahl N der Kolbenspiele d. i. Hin- und Hergänge, jeder eigens gezählt, foglich $E = \square'' h . 11 . H . N$ Loth. Bei einfach wirkenden Dampfmaschinen ist $E = \square'' h . 11 . H . n$, wo aber n die Anzahl der Kolbenspiele bedeutet, indem man Hin- und Hergang nur für einen zählt.

Hierbei aber ist zu merken, daß der Nutzeffect beiläufig
1) bei den atmosphärischen Dampfmaschinen . . 0,54
2) bei Hochdruckmaschinen 0,6
3) bei einfachen Watt'schen Maschinen 0,6
4) bei doppeltwirkenden Watt'schen Maschinen . . 0,63
des Gesammteffectes beträgt.

Z. B. Welches ist die Kraft einer Watt'schen doppelt wirkenden Dampfmaschine nach Pferdekräften gemessen, wenn der Durchmesser des Treibkolbens 24'' hat, der Dampf einer Quecksilbersäule von 20'' das Gleichgewicht hält, die Hubhöhe (d. i. auf und nieder) 10' beträgt, und in einer Minute 10 Kolbenspiele erfolgen? $\frac{452,16 . 20 . 11 . 10 . 20 . 0,63}{32 . 25000} =$ Kraft von 15,7 (abg.) Pferde. Wie viel Pferde bei einer einfach wirkenden? $\frac{452,16 . 20 . 11 . 10 . 10 . 0,6}{32 . 25000} = 7,5$.
Wie viel Pferde bei einer Hochdruckmaschine?

870) Da man den Druck des Dampfes auch durch Vergleichung mit dem Drucke der atmosphärischen Luft angibt, und sagt, dieselbe sei 1, 2, 3, 2c. Atmosphären (A) gleich, und der Druck der Luft auf einen $\square''$ bei dem oben genannten Normalbarometerstande 11 Pf. ist, so heißt die Formel zur Bestimmung des Effectes einer Dampfmaschine: $\square''.11 . A . H . N$ oder n, je nachdem die Maschine einfach oder doppelt wirkend ist, d. i. je nachdem ein Kolbenspiel für 2 oder 1 gerechnet wird. Bemerkt wird noch, daß vor der Rechnung die der Maschine entgegenwirkende Druckkraft einer Atmosphäre abgezogen werden muß. Z. B. Der Treibkolben einer Hochdruckmaschine hat 10'' Durchmesser, die Hubhöhe betrage (auf und nieder) 2' und die Zahl der Kolbenspiele 45, der Dampf habe eine Spannkraft von 5 Atmosphären. Es frägt sich, wie viel Kraft die Maschine habe?

$\frac{5^2 \cdot 3{,}14 \cdot 11 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 90 \cdot 0{,}6 \text{ Pf.}}{25000}$ = der Kraft von 14,9 Pferden.
Wie viel, wenn dieselbe Maschine eine Watt'sche doppelt wirkende wäre?

877) Hat der Kolben eine sehr kleine Geschwindigkeit, so ist der größte Effect einer Wassersäulenmaschine = dem Producte aus dem Gewichte der während der Arbeitszeit verbrauchten Wassermenge in die Höhe der drückenden Wassersäule, also: $\square' \cdot H' \cdot N \cdot 44 \cdot h'$, wenn H' die Hubhöhe, N die Kolbenspiele und h' die Höhe des Aufschlagwassers, □' die Kolbenfläche und 44 das Gewicht eines c' Wassers bedeutet. Z. B. Die Reichenbach'sche Wassersäulmaschine in Illsang hebt die Salzsoole auf einmal 1218' senkrecht empor. Der Treibcylinder hat 2' im Durchmesser, der Kolbenhub beträgt 3,75' und die drückende Wassersäule hat eine Höhe von 100', in einer Minute erfolgen 4 Kolbenspiele, wie groß ist der Effect in einer Minute, wie groß der Nutzeffect, wenn man die Hälfte des Gesammteffectes annimmt?
$1^2 \cdot 3{,}14 \cdot 3{,}75 \cdot 4 \cdot 44 \cdot 100$ Pf. = 207240 P.; aber Nutzeffect 103720 Pf. Wie viel Kraft in Pferdekräften ausgedrückt?

878) Wie viel Kraft, in Pferdekräften ausgedrückt, hat eine Wassersäulenmaschine, wovon der große Stiefel $1\frac{1}{2}'$ im Durchmesser hat, das Aufschlagwasser 80' tief fällt, die Hubhöhe 40" beträgt und in einer Minute $3\frac{1}{2}$ Kolbenspiele erfolgen?

879) Die Real'sche Presse, Fig. 87, wird zum Extrahiren von Pflanzenstoffen, besonders in Apotheken gebraucht. Der Druck auf den zu extrahirenden Körper = dem Gewichte einer Wassersäule, welche den Boden zur Grundfläche und die Höhe jener Säule zur Höhe hat, mithin $\square'' \cdot h'' \cdot \frac{44{,}17}{1728}$ Pf. Z. B. Welchen Druck übt die Real'sche Presse auf den Körper, wenn die Bodenfläche einen Durchmesser von 6" hat und das Wasser 12' hoch steht?
$3^2 \cdot 3{,}14 \cdot 144 \cdot \frac{44{,}17}{1728}$ = 104 Pf. (abg.)

880) Der Querschnitt des Gefässes einer Real'schen Presse hat 10" Durchmesser, die Höhe des Wasserstandes 30', wie groß ist der Druck auf den zu pressenden Körper?

881) Die Bramah'sche Presse, Fig. 88, hat bekanntlich 2 Kolben, den Druck- und den Treibkolben; daran befindet

sich auch ein Hebel. Da sich aber die Kraft, (k) welche auf den Druckkolben wirkt, auf den Treibkolben so vielmal verstärkt (K), als der Querschnitt des Druckkolbens (f) in jenem des Treibkolbens (F) enthalten ist, so entsteht die Proportion: $k:K=f:F$. Nach 870 verhalten sich aber die Flächen wie die Quadrate der Durchmesser, also auch: $k:K=d^2:D^2$ Nun ist das Kraftverhältniß des Hebels: $P:k=la:ka$ wenn P die Kraft und k die Last, d. i. Kraft auf den Druckkolben ist.
$P:K=d^2.la:D^2.ka$ s. 773.

Z. B. In der hiesigen Papierfabrik steht eine Bramah'sche Presse, wobei der Durchmesser des Stiefels $\frac{1}{4}''$, jener der Steigröhre 6″, der Lastarm 6″ und der Kraftarm 72″ hat. Wird die Kraft eines Arbeiters zu 100 Pf. angenommen, so frägt es sich, wie viel Druck auf den zu pressenden Gegenstand ausgeübt wird? $100:x=(\frac{1}{4})^2.6:6^2.72=6912$ Ctr.

882) Mit wie viel Kraft, in Pferdekräften ausgedrückt, wirkt eine Bramah'sche Presse, wenn $d=1''$, $D=24''$, der Lastarm $=3''$, der Kraftarm $=40''$ und die Kraft $=$ 100 Pf.?

883) Da die Gewichte der Kugeln von derselben Materie sich verhalten wie die Kubusse ihrer Durchmesser so erscheint die gerade Proportion: $G:g=D^3:d^3$, denn je größer das Gewicht, desto größer der Durchmesser. Z. B. eine Kugel von 3″ Durchmesser wiegt 10 Pf., wie schwer ist eine andere von 7″ Durchmesser? $3^3:7^3=10:x=127$ Pf.

884) Wie schwer ist eine Kugel von 9″ Durchmesser, wenn eine von 4″ Durchmesser 7 Pf. wiegt?

885) Die Preise der Diamanten verhalten sich, wie die Quadrate ihrer Gewichte, also: $Diam.:diam.=G^2:g^2$. Z. B. Ein Diamant, der eine Karat schwer ist, kostet 5 fl., was kostet jener des Kaisers von Brasilien, welcher 1680 Karat wiegt? $1^2:1680^2=5:x=14120000$ fl.

886) Was kostet ein Diamant von 100 Karat, wenn ein anderer von 2 Karat 20 fl. werth ist?

887) Es wird in der Geometrie bewiesen, daß sich ähnliche geradlinige Vielecke ihrem Inhalte nach verhalten, wie die Quadrate ähnlich liegender Seiten. Z. B. Eine Wiese, im Wienermaße gemessen, hat 70000□′, wie groß ist sie im bayrischen Maße? Als Vorbereitung diene, s. 816, da die

Quadrate ähnlich sind: $1 W□' : 1 B.□' = 140{,}13^2 : 129{,}38^2$ folglich s. 816, $129{,}38^2 W. = 140{,}13^2 B$ also $129{,}38^2 W□' : 70000 W□' = 140{,}13^2 B. : x =$

888) Was betragen 34576□' bayrischen Maßes im Würtembergischen?

889) Was betragen 75678□' sächsischen Maßes im Preußischen?

890) Es gibt 5 regelmäßige Körper als 1) das Tetraeder, welches vier congruente Dreiecke begränzen, Fig. 89; 2) Das Hexaeder oder der Würfel, dessen Oberfläche 6 gleiche Quadrate sind, Fig. 90; 3) Oktaeder, das 8 congruente Dreiecke zur Oberfläche hat, Fig. 91; 4) Dodecaeder, das von 12 congruenten Fünfecken begrenzt wird, Fig. 92 und 5) das Icosaeder, F. 93, dessen Oberfläche 20 congruente Dreiecke hat. Berechnet man die Oberfläche dieser Körper, so multiplicirt man das Quadrat einer Seite mit der Zahl, welche in folgender Tabelle unter Oberfläche, bezüglich auf den Körper, gesetzt ist. Z. B. Welche Oberfläche hat ein Icosaeder, wovon eine Seite 5" lang ist? $5^2 . 8{,}6602540 = 216{,}50635$□". Berechnet man den Kubikinhalt, so multiplicirt man den Kubus der Seite mit der dazugehörigen Zahl unter Kubikinhalt. Z. B. Welchen Inhalt hat ein Würfel, dessen eine Seite 3" beträgt? $3^3 . 1{,}0000000 = 27^{c''}$.

Körper	Oberfläche	Kubikinhalt.
Tetraeder	1,7320508	0,1178513
Hexaeder	6,0000000	1,0000000
Octaeder	3,4641016	0,4714045
Dodecaeder	20,6457288	7,6631189
Icosaeder	8,6602540	2,1816950

891) Welche Oberfläche hat 1) ein Tetraeder, 2) ein Dodecaeder, wovon stets eine Seite $9\frac{3}{4}$" lang ist?

892) Welchen Kubikinhalt haben die eben genannten Körper?

893) Die Oberflächen zweier Kugeln verhalten sich wie die Quadrate ihrer Halb- oder Durchmesser. Z. B. Eine Kugel hat einen Durchmesser von 3' und sohin eine Oberfläche von 28,26□', wie viel Oberfläche hat eine andere von 7' Durchmesser? $3^2 : 7^2 = 28{,}26$□' : $x = 153{,}86$□'.

894) Beispiel. Welche Oberfläche hat eine Kugel von 3' Durchmesser, wenn eine andere von 7'' Durchmesser 153,86□''?

895) Aehnliche Körper verhalten sich wie die Würfel ähnlichliegender Seiten. Wenn man auf diesen Grund hin die Glieder eines Verhältnisses, welche das Längenmaß verschiedener Länder ausdrückt auf die dritte Potenz erhebt, so bekömmt man das Verhältniß des Kubikmaßes. Z. B. Der bayrische Fuß : preußischen Fuß $= 129{,}38 : 139{,}13$, also der bayr. c' : preuß. c' $= 129{,}38^3 : 139{,}13^3$ mithin wie in 816 $139{,}13^3$ bayr. c' $= 129{,}38^3$ preuß. c'. Daraus werden dann folgende Aufgaben gelöset: Wie viele bayr. c' sind in 20 preuß. c' enthalten? $139{,}13^3 : x = 129{,}38^3 : 20 = 24{,}87^{c'}$

896) Wie viel pariser c' geben 20 bayr. c'?

897) Die bayr. Maß hält genau $43^{dc''}$, wie viel enthält sie pariser ddc''? $144^3 : 0{,}043^{c'} = 129{,}38^3 : x = 0{,}03118762$ par. c', folglich nach 816 53,8922 par. ddc''.

898) Die Wassermenge W einer Saugpumpe ist gleich dem Inhalte einer Wassersäule, welche den Querschnitt Q des Kolbens zur Basis und die Hubhöhe h zur Höhe hat. Dieser Inhalt aber wird nicht ganz ausfließen, sondern nur $\frac{5}{6}$ davon, also $W = \frac{5}{6} . r^2\pi . h^{c''}$ oder $^{ddc''}$, da eine Maß $43^{dc''}$ oder $74{,}3^{ddc''}$ hat, so werden die gefundenen c'' zu Maß durch die Division mit 43 oder 74,3 gemacht, mithin $\frac{5}{6} . \frac{r^2\pi . h}{43}$ Maß bei einem Hube. Ist nun die Zeit Z in Secunden bekannt, in welchen 1 Hub die Wassermenge W gibt, so kann man für irgend eine Zeit n in Secunden die Leistung L finden nach der geraden Proportion, denn je mehr Zeit desto mehr Leistung: $Z : n = W : L$, also $L = \frac{nW}{Z}$, folglich die Leistung einer Pumpe: $n . \frac{\frac{5}{6} . \frac{r^2\pi . h}{43}}{Z}$ oder $\frac{n}{Z} . \frac{5}{6} . \frac{r^2\pi . h}{43}$ Maß.

Z. B. Welches ist die Leistung einer Pumpe in 2 Stunden, wenn der Durchmesser des Kolbens 6'', die Hubhöhe 10^d'' und die Zeit eines Kolbenspiels 3 Secunden ist? $\frac{7200}{3} . \frac{5}{6} . \frac{3^2 . 3{,}14 . 10}{43} = 13144$ Maß.

899) Wie groß ist die Leistung einer Pumpe in einem Tage, wenn der Kolbendurchmesser 5'', die Hubhöhe 8'' und in 4'' ein Kolbenspiel erfolgt? Wie viel in einer Stunde?

Welches ist die Leistung einer Druckpumpe in einer Stunde wenn der Kolbendurchmesser 7″, die Hubhöhe 9″ und die Zeit eines Kolbenspieles 3 Secunden ist?

900) Wirken Kräfte bei Stricken, Kurbelstangen, Hängsäulen ꝛc. in der Weise, daß sie die Cohäsion (Zusammenhang) des Materials aufzuheben, d. i. den Körper der Länge nach zu zerreißen suchen, so nennt man die Kraft, womit ein Körper dem Zerreißen widersteht, absolute Festigkeit. Dieselbe wurde durch Versuche bestimmt, indem man den zu prüfenden Körper von 1□″ Querschnitt an dem einen Ende befestigte und am andern mit Gewichten belastete, bis er zerrissen wurde. Folgende Tafel gibt die Versuchscoefficienten in Pfund, (nach dem ausgezeichneten Lehrbuche der Mechanik von Wandner), bei welchem die Körper von 1□″ Querschnitt zerreißen.

Birnbaum . .	8000	Kiefer . . .	11600
Buche, Eiche, Erle,		Kupferdraht . .	28900
Eiche . . .	16000	Messing . . .	18000
Eisendraht . .	71000	Messingdraht . .	21700
Fichte (Rothtannen),		Schmiedeeisen .	50600
Apfelbaum .	7300	Stahl	100000
Gußeiserne Stäbe	14100	Ulme	10140
Hänfene Seile .	7200	Weißtanne . .	10000

Will man die absolute Festigkeit eines prismatischen oder cylindrischen Körpers von irgend einem Durchschnitte erfahren, so multiplicirt man diesen, in Zoll ausgedrückt, mit obigem Versuchscoefficienten. Das Product mit 3 dividirt gibt die Pfunde, welche der Körper mit Sicherheit tragen kann. Z. B. Wie viel kann eine kleine Hängsäule von Weißtanne von 5□″ Querschnitt mit Sicherheit tragen? $\frac{5 \cdot 10000}{3} = 16666$ Pf.

901) Wie viel kann ein Seil von $1\frac{1}{3}$″ Durchmesser mit Sicherheit tragen?

902) Die Kraft, womit der Körper dem Zerbrechen, wie das bei Endsbäumen an Brücken, Stegen ꝛc. der Fall ist, Widerstand leistet, heißt relative Festigkeit. Die Versuchscoefficienten der Körper bei 1□″ wurden in der Art erhalten, daß man den horizontalen Körper an dem einen Ende einmauerte und an dem andern die Gewichte auflegte.

Tafel der relativen Festigkeit.

Eiche	2894	Rothtanne . . .	1486
Erle	2495	Weißbuche . . .	2174
Gußeisen dunkelgraues	4863	Weißtanne . . .	1982
» weißgraues	3336	weißer Sandstein .	92
Kiefer	2082	Ziegelstein . . .	38
Rothbuche . . .	3408		

Damit die Last mit Sicherheit getragen wird, dividirt man das Resultat beim Eisen mit 3, beim Holz mit 32.

Man findet die relative Festigkeit der prismatischen an einem Ende belasteten Körper, wenn man die Breite (b) mit dem Quadrate der Höhe (h^2) multiplicirt und mit der Länge (l) dividirt, und diesen Quotient mit dem Versuchs-Coefficienten (c) multiplicirt, also: $f = \frac{bh^2}{32 \text{ oder } 3\,l} . c.$ Z. B. Welche Last kann ein an dem einen Ende eingemauerter und am andern belasteter 7′ langer eichener Balken, der 6″ breit und 10″ hoch ist, tragen? $\frac{6 . 10^2}{32 . 84} . 2894$ Pf. Da Länge, Breite und Höhe in Zoll ausgedrückt sein muß, also 646 Pf.

Ist die Last in der Mitte eines Balkens, der an beiden Enden unterstützt ist, angebracht, so trägt er 4 mal mehr, als im vorhergehenden Fall. Z. B. Wie viel Last trägt der vorher bezeichnete, an beiden Enden unterstützte und in der Mitte belastete Balken? $\frac{6 . 10^2}{32 . 84} . 2894 . 4 = 2584$ Pf. Ist aber die Last an solchen Balken gleichheitlich vertheilt, so kann ein solcher 8 mal mehr tragen, als im ersten Falle. Z. B. Wie groß kann die Last eines an beiden Enden unterstützten Balkens, worauf die Last gleichheitlich vertheilt ist, sein, um von ihm mit Sicherheit getragen werden zu können. Die Ausdehnung des Balkens ist, wie oben. $\frac{6 . 10^2}{32 . 84} . 2894 . 8 = 4968$ P.

Wenn aber ein an beiden Enden unterstützter Balken nicht in der Mitte, sondern mehr gegen ein Ende hin belastet ist, so trägt er in diesem Falle immer mehr, als in der Mitte belastet, nach der Formel: $\frac{4c . l . bh^2}{l^2 - 4e^2}$, wobei c, b, l, h dasselbe bezeichnet, wie vorher, e aber die Entfernung vom Mittelpunkte, alles wieder in Zoll. Z. B. Wie viel trägt ein

an beiden Enden unterstützter, 2′ vom Mittelpunkte weg belasteter, eichener Balken? Die Ausdehnungen sind dieselben wie oben. $\frac{4 \cdot 2894 \cdot 84 \cdot 6 \cdot 10^2}{(84^2 - 4 \cdot 24^2) \cdot 32} = 3836{,}7$ Pf.

Bemerkt wird, daß, wenn man das Gewicht des Balkens berücksichtiget, das halbe Gewicht desselben überall abgezogen werden muß.

903) Wie viel Last trägt ein gußeiserner, weißgrauer, an beiden Enden unterstützter Balken, der 10′ lang, dessen Querschnitt 5″ breit und 8″ hoch ist und 1) in der Mitte, 2) 2′ von der Mitte belastet ist, wie viel 3) wenn die Last gleichheitlich vertheilt ist?

904) Ein Cylinder, der in ein Parallelepipedon eingeschrieben ist, d. i., wenn die Ausdehnungen des quadratischen Querschnittes eines Parallelepipedon so groß sind, als der Durchmesser des Cylinders, trägt nur $\frac{3}{5}$ von dem, was das bezeichnete Prisma trägt. Z. B. Welche Last trägt ein 7′ langer Cylinder von Erlenholz, der im Durchmesser 6″ hat, wenn die Last 1) in der Mitte und 2) 2′ von der Mitte entfernt angebracht ist?

$$1)\ \frac{4 \cdot 2495 \cdot 6 \cdot 6^2}{32 \cdot 84} \cdot \frac{3}{5}\ \text{Pf.} \quad 2)\ \frac{4 \cdot 2495 \cdot 84 \cdot 6 \cdot 6^2}{(84^2 - 4 \cdot 2^2) \cdot 32} \cdot \frac{3}{5}\ \text{Pf.}$$

Ist hingegen das Parallelepipedum in den Cylinder eingeschrieben, so trägt der Cylinder nahe noch einmal so viel, als das Prisma.

905) Bemerkt wird, daß der Balken, indem er nicht an den Endpunkten unterstützt ist, das größte Tragvermögen besitzt, in so ferne die Last gleichheitlich vertheilt ist, wenn man den Balken in 24 Theile theilt und die beiden Unterstützungspunkte je 5 Theile von den Endpunkten entfernt. Dieses ist z. B. bei Gerüsten sehr zu beachten.

906) Wie verhalten sich die relativen Festigkeiten zweier Balken von derselben Materie und derselben Länge, wenn der Querschnitt des Balkens (F) eine Breite von 6″ und eine Höhe von 8″ und jener des Balkens (f) eine Breite von 4″ und Höhe von 6″ hat?

$$F : f = 6 \cdot 8^2 : 4 \cdot 6^2 = 384 : 144 = 1 : 0{,}375.$$

907) Wie verhalten sich die relativen Festigkeiten der oben genannten Balken, wenn A 5′ und B 12′ lang ist.

908) Soll ein Körper dem Zerdrücktwerden widerstehen,

z. B. ein Balken, auf den gemauert wird, eine Säule, auf die eine Last wirkt, so wird seine rückwirkende Festigkeit in Anspruch genommen, diese ist um so größer, je größer die Querschnittfläche ist, daher die Mauern nach oben abnehmen. Nach Rondelet trägt 1□''' einer Querschnittfläche einer hölzernen Säule kaum 5 Pfund, wenn der Durchmesser etwa der 10te Theil der Höhe ist; aber kaum 4 Pf., wenn derselbe etwa der 15te Theil der Höhe ist, und kaum 3 Pf., wenn die Höhe 20 mal größer ist, als der Durchmesser. Z. B. Welche Last trägt eine hölzerne Säule von 6'' Durchmesser und 3' Höhe. $3^2\pi . 144 . 5$ Pf. = 20347 Pf.

909) Welche Last trägt eine 10' hohe Säule, welche 8'' im Durchmesser hat? Welche, wenn sie 17' hoch ist?

910) Die deutschen Winden wurden in 805 behandelt; nun soll auch der englischen Winde gedacht werden. Die Tragstange dieser ist eine Schraubenspindel, deren Halbmesser r und deren Schraubenweite w heißen mag, die Mutter dieser Spindel befindet sich in der Mitte eines Zahnrades, dessen Halbmesser R' ist. Das Zahnrad greift in einige Schraubengänge einer horizontalen Schraubenspindel ein, deren Gangweite h ist, an der Schraubenspindel ist die Kurbel R, woran die Kraft wirkt, befestiget, Fig. 94. Das Kraftverhältniß ergibt sich aus der Zusammensetzung dreier Proportionen:

$K : l = h : 2R\pi$ also wie bei der Schraube s. 801.
$l : l' = r : R,$ also wie bei dem Wellrade s. 798.
$l' : L = w : 2r\pi$ also wie bei der Schraube s. 801.

$K : L = h . w : 4RR'\pi^2$ s. 773.

Wird die bedeutende Reibung berücksichtiget, so zieht man von dem gefundenen Resultate den 7ten Theil ab. Z. B. Wie groß ist die Last bei einer englischen Winde, wenn die Kraft 100 Pf. beträgt und $h = \frac{3}{4}''$; $R = 14''$; $r = \frac{1}{3}''$; $R' = 9''$; $w = \frac{2}{3}''$? $100 : L = \frac{3}{4} . \frac{2}{3} : 4 . 14 . 9 . 3 . 14^2 =$ 993847,68 = 851869,44 Pf.

911) Wie groß ist die Kraft bei einer solchen Winde, wenn die Last 6700 Centner beträgt, $h = \frac{2}{3}''$; $R = 12''$; $r = 1''$; $R' = 10''$; $w = \frac{3}{4}''$.

Die Berechnung der französischen Winde hat nun keine Schwierigkeiten mehr.

912) Die Stabilität (Standfähigkeit) einer Mauer $= Gld^2$, wenn G das Gewicht eines c' Mauer, bei einer Ziegelmauer $= 70$ Pf., l die Länge derselben und d die Dicke bedeutet. Daraus ersieht man, daß die Höhe einer Mauer auf die Standfähigkeit keinen Einfluß hat, wenn von allen Widerständen z. B. der Winde abgesehen wird, sie wächst also mit ihrer Dicke im Quadratverhältnisse, so daß eine 2' dicke Mauer 4mal so viel Stabilität hat, als eine andere von gleicher Länge mit 1' dicke; eine 3' dicke Mauer 9 mal so viel ꝛc.

913) Welches ist das Stabilitäts-Verhältniß zweier Mauern, wovon A 20' lang und $1\frac{1}{2}$' dick, und B 30' lang und 3' dick ist? Wie verhalten sie sich bei gleicher Länge, wie bei gleicher Dicke?

914) Da die Oberfläche der Zone oder des Kugelbandes, Fig. 95, abcd und des Kugelsegmentes oder Kugelabschnittes ade $= 2r\pi h$, wenn h die Höhe, fg und fe ist, so findet man den kubischen Inhalt des Kugelausschnittes aedg nach der Formel $\frac{2r^2\pi h}{3}$, da er als Pyramide betrachtet werden kann, wobei die Fläche des Kugelsegments agd $= 2r\pi h$ zur Grundfläche dient und eg $= r$. Z. B. Welchen Inhalt hat ein Kugel-Sector, wenn die Kugel 10" im Durchmesser hat, das Kugelsegment aber, welches ihm gleichsam zur Basis dient, 3" hoch ist? $\frac{2 \cdot 5^2 \cdot 3{,}14 \cdot 3}{3} = 157^{c''}$.

915) Welchen Inhalt hat der Kugelausschnitt, wenn die Kugel $3\frac{1}{2}$' im Durchmesser hat und wobei der ihm zur Basis dienende Kugelabschnitt 11" hoch ist?

916) In der Geometrie wird bewiesen, daß der körperliche Inhalt eines Kugelsegmentes $= h^2\pi\,(r - \frac{h}{3})$. Z. B. Welchen Inhalt hat ein Kugelabschnitt, wenn $h = 6''$ und $r = 9''$? $6^2\pi\,(9 - \frac{6}{3} = 791{,}28^{c''}$.

917) Welchen Inhalt hat ein Kugelsegment, wenn die Kugel $2\frac{3}{4}$' im Durchmesser hat und $h = 11''$?

918) Ist der Halbmesser (r) der Grundfläche des Kugelabschnittes bekannt, so kann sein kubischer Inhalt nach der Formel gefunden werden: $\frac{1}{6}h\pi\,(3r^2 + h^2)$. Z. B. Welchen Inhalt hat ein Kugelsegment, wenn $r = 1\frac{1}{2}$' und $h = 1\frac{1}{3}$' ist?

919) Welchen Inhalt hat ein rundes Schildgewölbe, wenn

die lichte Weite 20′, die Höhe 6′ und die Dicke $\frac{1}{2}$′ beträgt? $\frac{1}{6}.6.3,14\,(3.10^2+6^2)-\frac{1}{6}.(6\frac{1}{2})^2.3,14\,(3.(10\frac{1}{2})^2+(6\frac{1}{2})^2)$.

920) Schneidet man eine senkrechte Viertelswalze abcde Fig. 96 nach der Diagonale ihrer Grundfläche ac in der Richtung des Halbmessers ab, so heißt der Theil abcd ein Viertelwalzenabschnitt und das übrige Stück cdef das Complement eines Viertelwalzenabschnittes. Die Oberfläche bdc des Abschnittes = ad . dc und der kubische Inhalt (als Pyramide) $= \frac{ad^2.bc}{3}$. Die Oberfläche bfc und der kubische Inhalt becf wird erhalten, wenn man den Inhalt des Viertel-Walzenabschnittes von dem Inhalte der Viertelwalze abzieht. Z. B. Der kubische Inhalt eines Viertelwalzenabschnittes und des dazu gehörigen Complements sollen berechnet werden. Die Walze hat 4′ im Durchmesser und ist 10′ lang: $\frac{2^2.10}{3} = 13,33^{c\prime}$. $\frac{2^2.3,14.10}{4} - 13,33 = 18,07^{c\prime}$. Welches ist die Oberfläche von beiden Körpern? 2 . 10□′ und $\frac{4.3,14.10}{4} - 20$.

921) Es sollen die kubischen Inhalte und die Oberflächen des Viertelwalzenabschnittes und des Complements bestimmt werden, wenn ab 5′ und dc 12′ beträgt?

922) Schneidet man eine senkrechte Viertelwalze Fig. 97 cd und db senkrecht mit dem Halbmesser dg, so heißt das Stück bdcg ein Viertelwalzenausschnitt, die noch übrigen Stücke sind die Complemente des Viertels-Walzenausschnittes. Man kann den Viertelswalzensausschnitt durch den senkrechten Schnitt deg in 2 Viertelswalzenabschnitte theilen, daher die krumme Oberfläche des Ausschnittes wieder gleich ist ab. bc und die Oberfläche der Complemente = der krummen Viertelswalzen-Oberfläche weniger der Fläche des Ausschnittes. Der kubische Inhalt des Ausschnittes ist ebenso wieder: $\frac{ab^2.bc}{3}$ und jener der Complemente: $\frac{ab^2.\pi.bc}{4} - \frac{ab^2.bc}{3}$. Z. B. Welchen Inhalt hat der Viertelswalzenausschnitt, wenn die Walze 4′ im Durchmesser und 10′ lang ist? $\frac{2^2.10}{3} = 13,33^{c\prime}$ Wie groß die Complemente? Wie groß die krumme Fläche des Viertelswalzen-Ausschnittes?

923) Schneidet man eine halbe Walze vom Punkte C, Fig. 93, durch den Durchmesser ab, so heißt das Stück cab ein Halbwalzenausschnitt oder Klaue, deren gebogene Oberfläche dem Inhalte der Grundfläche gleich ist, weil sie durch den Schnitt cfg in zwei Viertelswalzenabschnitte zerlegt werden kann. Der kubische Inhalt ist $= \frac{2}{3}$ ag².fc; zieht man diesen Betrag von der halben Walze ab, so hat man den Kubikinhalt des Complements des Halbwalzen=Abschnittes. Z. B. Welchen Inhalt hat die Klaue, wenn die Walze 4′ im Durchmesser und 10′ lang ist? $\frac{2}{3}.2^2.10 = 26{,}66^{c\prime}$. Welchen Inhalt hat das Complement? Welchen Inhalt hat die krumme Oberfläche beider Körper?

924) Schneidet man bei einer senkrechten halben Walze auf die Grundfläche zu, von a nach b und c, so fallen zwei Viertelswalzen=Abschnitte weg, und das übrig gebliebene Stück bcfge heißt man das Supplement eines Halbwalzenabschnittes. Die Oberfläche des Supplementes wird gefunden, wenn man den Durchmesser bc vom halben Umkreise bec abzieht und mit der Länge ed multiplicirt, s. 619. Der kubische Inhalt des Supplements aber wird gefunden, wenn man den Inhalt der beiden Viertelwalzenabschnitte von jenem der halben Walze abzieht. Suppl. $= \frac{r^2\pi h}{2} - \frac{2r^2h}{3}$. Welchen Inhalt hat das Supplement eines Halbwalzenabschnittes, wenn der Durchmesser der Walze 4′ und ihre Höhe 10′ beträgt? $\frac{2^2.3{,}14.10}{2} - \frac{2.2^2.10}{3} = 36{,}14^{c\prime}$. Welches ist seine krumme Oberfläche?

Quadratwurzel.

925) Nach 844 weiß man, wie das Quadrat einer Zahl durch die Multiplication gebildet wurde, hier soll gezeigt werden, wie die Wurzel, d. i. einer der gleichen Faktoren, welche das Quadrat geben, umgekehrt durch die Division gefunden wird. Das Zeichen $\sqrt{}$ heißt, es soll von der Zahl die Quadratwurzel gezogen werden. Am beßten kömmt man vielleicht weg, wenn man nach der Formel in 844 verfährt. Man theile die Zahl von der Rechten zur Linken in je zwei Klassen

ab, die Klasse links hat auch oft bloß eine Ziffer. Z. B.

$$\sqrt{60|84} = \overset{a\,b}{78}$$

$a^2 = 49$
1184
$2a = (14)$
$2ab = 112$
$b^2 = 64$
1184

In 60 steckt das Quadrat von a = 7, man ziehe es ab, so bleibt 11, dazu setze die nächste Klasse 84, in 1184 aber steckt 1) 2ab und 2) b², man findet b, wenn man mit 2a d. i. 14, welches man um eine Stelle zurücksetzt und als Divisor einklammert, in 118 dividirt, den erhaltenen Quotient b = 8 zu dem ersten gefundenen Theil der Wurzel hinschreibt, dann 2ab nimmt und vom Producte 112 genau 2 unter 4 schreibt; endlich das Quadrat von b nimmt, und die Einheitenstelle 4 um eine Ziffer rechts vorrückt, beide Producte addirt und die Summe von 1184 abzieht. Erhebt man diese gefundene Wurzel 78 zum Quadrat, so bekömmt man das Quadrat 6084 wieder, wodurch die Richtigkeit des Verfahrens erprobt ist.

$$\sqrt{34|69|21} = \overset{a}{\overbrace{\overset{a\,b}{58}}}\overset{b}{9}$$

$2a = 25$
969
$2a = (10)$
$2ab = 80$
$b^2 = 64$
864
10521
$2a = (116)$
$2ab = 1044$
$b^2 = 81$
10521

Die ersten beiden Theile der Wurzel 58 werden gefunden, wie vorher. Es bleiben aber 105 als Rest, zu dem man die letzte Klasse 21 setzt. Die vorhergefundenen Theile werden nun als a betrachtet, und es wird sodann wieder weiter gefahren, wie früher, als: dieses a wird 2 mal genommen = 116, davon wird 6 genau wieder um eine Stelle hineingerückt. Man dividire in 1052, man findet so b = 9, wonach man dann 2ab = 1044 nehmen kann, deren Einheits-Stelle 4 genau unter 6 geschrieben wird, am Ende nimmt man a² und rückt die Einheitsstelle wieder um 1 gegen die Rechte. Die beiden Producte 2ab und b² werden addirt und von 10521 abgezogen. Oft kann dieses Abziehen nicht geschehen, alsdann ist der Quotient b zu groß genommen worden. Sind es 4 Klassen, so müssen die 3 gefundenen Theile der Wurzel als a betrachtet werden, wodurch man 2ab und b² nach der

vorigen Auflösung leicht findet. Bemerkt wird, daß in den wenigsten Fällen die Wurzeln gefunden werden, daß nichts übrig bleibt, man kann aber durch die nämliche Verfahrungs-Weise mittelst Anhängung zweier Nullen (als nächste Klasse), wodurch dann Dezimalen zum Vorschein kommen, den Werth einer Wurzel so genau finden, daß er mit dem vollständigen Werthe als völlig gleich erachtet werden kann. Ein 100 oder 1000 theiliger Dezimalbruch ist meistens hinreichend. Z. B.

```
                 a
                 a
                 a
                 a b bb b
√5|84|56|78 = 2417,8
  a² = 4
       184
  2a = (4)
 2ab = 16
  b² = 16
       176
        856
  2a = (48)
 2ab = 48
  b² = 1
        481
        37578
  2a = (482)
 2ab = 3374
  b² = 49
        33789
        388900
  2a = (4834)
 2ab = 38672
  b²      64
        386784
          2116
```

Wo die ersten Nullen angehängt wurden, dort gehen die Dezimalen an; würde man abermals 2 Nullen anhängen, würde 2417,8 als a betrachtet, und das übrige Verfahren ginge wie vorher. Macht man die Probe, d. i. erhebt man die so gefundene Wurzel 2417,8 zum Quadrat, so muß man den Rest 2116 einzählen, wodurch die obige Zahl vollständig erscheint.

926) Trifft es sich, daß man nicht theilen kann, so schreibt man 0 als Quotient an, und setzt sogleich die nächste

Klasse zur vorhergehenden und theilt dann mit 2a, wie sonst, wobei die bisher gefundenen Theile der Wurzel, einschlüssig der Null, als a betrachtet werden. Z. B.

$\sqrt{16|40|25} = 405$

$a^2 = 16$
40̸
$2a = (8̸)$
4025
$2a = (80)$
$2ab = 400$
$b^2 = 25$
4025

Hier ging 8 in 4 0 mal, deßwegen wurde zu 40 die nächste Klasse 25 herabgesetzt und dann fortgefahren.

927) Aus Dezimalbrüchen wird auf dieselbe Art die Wurzel gezogen, nur muß man vom Dezimalstriche aus, eigens sowohl die etwa sich vorfindenden Ganzen in Klassen abtheilen als auch die Dezimalen, wobei man rechts oft eine Null anhängen muß, wenn schließlich nicht 2 Ziffern in die Klasse kommen. Z. B. $\sqrt{456,784}$, also:

$4|56,78|40 = 21,37$ (a; a; ab bb)
$a^2 = 4$
56
$2a = (4)$
$2ab = 4$
$b^2 = 1$
41
1578
$2a = (42)$
$2ab = 126$
$b^2 = 9$
1269
30940
$2ab = (426)$
$2ab = 2982$
$b^2 — 49$
29869
1071

Oft geschieht es, daß, wenn Null Ganze = 0, vorhanden sind, die Wurzel mehrere Nullen bekömmt. Z. B. $\sqrt{0,00041}$ also

$0,00|04|10 = 0,0202$ (a; abb)
$a^2 = 4$
10̸
$2a = (4̸)$
1000
$2a = (40)$
$2ab = 80$
$b^2 = 4$
804
196

Man mache die Probe als:

$$\begin{array}{r} 0{,}0202 \\ 0{,}0202 \\ \hline 0{,}00040804 \\ 196 \text{ eingezählt} \\ \hline 0{,}00041000 = 0{,}00041. \end{array}$$

928) Aus den gemeinen Brüchen wird die Wurzel gezogen, wenn man sie zuerst in Dezimalbrüche verwandelt, §. 572. Z. B.

$$\sqrt{\tfrac{1}{15}} = \sqrt{0{,}06|66|66} = 0{,}258$$

$$\begin{array}{rl} 2a = & 4 \\ \hline & 266 \\ 2a = & (4) \\ 2ab = & 20 \\ b^2 = & 25 \\ \hline & 225 \\ \hline & 4166 \\ 2a = & (50) \\ 2ab = & 400 \\ b^2 = & 64 \\ \hline & 4064 \\ \hline & 102 \end{array}$$

929) Einen bedeutenden Vortheil kann ein Geübter dadurch erlangen, daß er jedesmal zum Divisor $2a$ auch b hinsetzt, wodurch man der Addition von $2ab$ und b^2 überhoben wird. Z. B.

$$\sqrt{9|45|67} = 307{,}51$$

$$\begin{array}{rl} a^2 = & 9 \\ \hline & 45 \\ 2a = & (6) \\ & 4567 \\ 2a+b & (607) \\ 2ab+b^2 & 4249 \\ \hline & 31800 \\ 2a+b & (6145) \\ 2ab+b^2 & 30725 \\ \hline & 107500 \\ 2a+b & (61501 \\ 2ab+b^2 & 61501 \\ \hline & 45999 \end{array}$$

Man mache die Probe.

930) Man wird beobachtet haben, daß das Quadrat noch einmal so viele Ziffern hat, als die Wurzel oder um 1 weniger. Das ersieht man daraus: die kleinste einzifferige Zahl ist 1, das □ davon 1; die größte einziffrige 9, das □ 81; also haben alle zwischen 1 und 9 liegenden Zahlen im Quadrate 1 oder 2 Ziffern; die kleinste zweiziffrige ist 10, das □ 100, die größte zweiziffrige 99, das □ 9801, also haben alle dazwischenliegenden 3 oder 4 Ziffern; die kleinste dreiziffrige ist 100, das □ 10000; die größte dreiziffrige 999, das □ 998001, also alle dazwischen liegenden entweder 5 oder 6 ꝛc. Umgekehrt kann man also auch schließen, daß die Wurzel aus einer ein= oder zweiziffrigen Zahl 1 Ziffer; die Wurzel einer drei= oder vierziffrigen aber 2 Ziffern und die Wurzel einer fünf= oder sechsziffrigen Zahl 3 Ziffern hat, ꝛc.

931) 1) $\sqrt{5786}$; 2) $\sqrt{78945}$; 3) $\sqrt{789456}$; 4) 5789456; 5) $\sqrt{\frac{3}{5}}$; 6) $\sqrt{\frac{7}{8}}$; 7) $\sqrt{56,789}$; 8) $\sqrt{5,88}$; 9) $\sqrt{57\frac{3}{4}}$

932) Ein Saal, der so lang als breit ist, ist mit Platten belegt worden, wozu 9801 gebraucht wurden, wie viel sind es Reihen, und wie viel Platten liegen in jeder Reihe?

933) Eine Tafel, die so lang als breit ist, hat 121□″, wie viel mißt eine Seite?

934) Jemand hat 3 gleich hohe Braupfannen, die eine ist 4′ 6″ lang und 4′ breit, die andere ist 5′ 3″ lang und 4′ 6″ breit, die dritte ist 4′ 2″ lang und 3′ 8″ breit. Er möchte sich eine machen lassen, die bei gleicher Höhe ebenso viel faßt, als alle drei zusammen, wenn nun die Grundfläche ein Quadrat ist, wie lang ist eine Seite?

935) Das Quadrat der Hypothenuse ist so groß, als die Quadrate der beiden Catheten. Eine Mauer ist 24′ hoch, vor der Mauer ist ein Bach, der 8′ breit ist; es frägt sich, wie lang eine Leiter sein muß, wenn man mittelst dieser auf die Mauer kommen will? Fig. 9.

936) Ein Baum wurde vom Winde abgeknickt, der Stamm, an dem sich der niedergefallene Baum noch theilweise befindet, ist 14′ hoch, der Gipfel ist vom Stamme $30\frac{1}{2}$′ entfernt, wie lang ist der so liegende Baum, und wie viel c′ hat er, wenn der Durchmesser dort, wo er gebrochen ist, $1\frac{3}{4}$′ hat?

937) Bei einem Schießen soll nach einem hölzernen Vogel geschossen werden, welcher auf einer 60′ langen Stange

ist; derselbe ist von der Schießstätte 150′ weg, welchen Weg hat die Kugel zu machen?

938) Wie lang ist der Gratsparren, wenn die Firsthöhe (die eine Cathete) 10′ und die andere Cathete 16′ beträgt?

939) Die Länge der Gratsparren, Sparren und Schifter läßt sich auch mit dem Zirkel finden, Fig. 101, ab ist die horizontale Projektion des Gratsparren, trägt man die Höhe des Punktes b über der Dachgrundfläche senkrecht auf ab im Punkte b, so ist ac die Länge des Gratsparren. Die Länge eines Sparren erhält man, wenn man an die horizontale Projection des Sparren de die Höhe im Punkte e senkrecht nach ef trägt, die Hypothenuse df ist die Länge des Sparren. Die Länge eines Schifters erhält man, wenn man den Sparrenwinkel k auf die horizontale Projection des Schifters hg im Punkte h trägt und die Hypothenuse hi am Winkel vorbeizieht bis sie von der Senkrechten gi geschnitten wird. Die Hypothenuse ist die Länge des Schifters. Wie lang der First ist, wurde in 682 erwähnt, die Höhe über der Dachgrundfläche beträgt gewöhnlich $\frac{1}{3}$ der Breite des Gebäudes.

940) Der kubische Inhalt einer abgekürzten Pyramide wird erhalten, wenn man die obere und untere Grundfläche addirt, dann dazu noch die Quadratwurzel aus dem Producte der obern und der untern Grundfläche, die Summe aus diesem aber mit $\frac{1}{3}$ Höhe multiplicirt, nach der Formel: $(G + g + \sqrt{G.g}).\frac{1}{3}h$, wenn G die untere oder große Grundfläche, g die obere oder kleine Grundfläche und h die Höhe d. i. die Senkrechte auf die beiden Grundflächen ist. Z. B. Der gestümmelten Pyramide, Fig. 100, obere Grundfläche hat 64□′, untere 144□′; die Höhe cd beträgt 18′, welches ist ihr Inhalt? $(144 + 64 + \sqrt{144.64}).\frac{1}{3}.18 = (144 + 64 + 96).\frac{18}{3} = 1824^{c\prime}$.

941) Man findet auch den Inhalt der abgekürzten Pyramide, wenn man zuerst die ganze Pyramide berechnet und dann die fehlende; letztere aber von der erstern abzieht. Um dieses zu können, muß man aber die Höhe de und ec wissen. Man ziehe in parallel mit hm, so ist $\triangle$ bih $\sim$ $\triangle$ bem, und in ähnlichen Dreiecken stehen die Seiten in Proportion als $bn : bi = bm : be$, also $be = \frac{bi.bm}{bn}$. Nun

ziehe man die Seite io parallel mit ed; man hat dann wieder zwei ähnliche Dreiecke als oib und deb, es entsteht sohin die Proportion: ib:io = eb:ed, also $de = \frac{io \cdot eb}{ib}$.

Auf diese Weise erhält man die Höhe der ganzen Pyramide, zieht man davon die gegebene Höhe der abgekürzten Pyramide ab, so hat man die Höhe des fehlenden Stückes. Statt der Buchstaben in diesen Proportionen können die Werthe in Zahlen gesetzt werden, denn bi kann man messen, ebenso bm; und bn erhält man, wenn man die meßbare Seite hi von bm abzieht, weil hi = nm, da ihnm ein Parallelogramm ist, ebenfalls ist io bekannt, weil io = cd. Z. B. Im vorigen Beispiel ist ih = 8'; bm = 12'; cd = 18' und ib = 20', man suche zuerst eb dann de, also: 4:20 = 12:x, eb = 60', dann 20:18 = 60:x, ed = 54', folglich 54 — 18 = 36' = ec. Mithin hat die ganze Pyramide $\frac{144 \cdot 54}{3} = 2592^{c'}$, sohin die fehlende Pyramide $\frac{64 \cdot 36}{3} = 768^{c'}$

Folglich die abgekürzte 2592 — 768 = 1824 wie oben,

942) Wird keine große Genauigkeit nothwendig, so kann die Pyramide als Prisma berechnet werden, indem man das arithmetische Mittel von beiden Grundflächen mit der Höhe multiplicirt als: $\frac{144 \cdot 64}{2} \cdot 18 = 1872^{c'}$, zu groß um $48^{c'}$.

943) Man hat das erste Glied einer geometrischen Proportion = 4 und das vierte Glied = 16, wie heißt die Proportion s. 776. $4:x = x:16$, $4 \cdot 16 = x^2$ $\sqrt{4 \cdot 16} = x = 8$.

944) Aehnliche Figuren verhalten sich ihrem Inhalte nach wie die Quadrate ähnlich liegender Seiten, umgekehrt werden sich also die ähnlich liegenden Seiten verhalten, wie die Quadratwurzeln aus dem Inhalte der Figuren. Z. B. Man hat zwei Rechtecke A und B, wovon A 9 mal größer ist als B, wie verhalten sich ihre ähnlich liegenden Seiten a und b $a:b = \sqrt{A}:\sqrt{B}$, mithin $a:b = \sqrt{9}:\sqrt{1}$, also $a:b = 3:1$, folglich ist die Seite a dreimal größer als Seite b.

Zwei ähnliche Dreiecke A und B sind ihrem Inhalte nach bekannt; A 9000□' und B 4000□', wie verhalten sich ihre ähnlich liegenden Seiten?

945) Kreis A hat 580□', Kreis B 120□', wie ver-

halten sich ihre Halbmesser? Bemerkt wird, daß auf obigem Satz, auch die Aufgabe beruht, eine größere Figur in eine 2, 3, 4, 5 ꝛc. mal kleinere Figur und umgekehrt zu verwandeln.

846) Welche Last erhält eine 100 Pf. große Kraft auf einer schiefen Ebene im Gleichgewichte, wenn ihre Höhe 7' und ihre Basis 33' beträgt?

947) Bei Oeffnungen in Gefäßen verhalten sich die Geschwindigkeiten des ausfließenden Wassers, wie die Quadratwurzeln aus den Druckhöhen. Die Wassermengen bei gleichen Oeffnungen sind den Geschwindigkeiten einfach gerade proportionirt, bei ungleichen Oeffnungen stehen sie im geraden zusammengesetzten Verhältnisse der Geschwindigkeiten und der Größe der Oeffnungen. Z. B. Die Druckhöhe in dem einen Gefäße ist 4', jene im andern 9', wie verhalten sich 1) Die Geschwindigkeiten des ausfließenden Wassers, 2) die Wassermengen bei gleichen Oeffnungen, und 3) die Wassermengen bei ungleichen Oeffnungen, und zwar in der Weise, daß die Oeffnung im ersten Gefäße 4 mal größer ist.

1) Die Geschwindigkeiten verhalten sich wie $\sqrt{4} : \sqrt{9} = 2 : 3$.

2) Die Wassermengen verhalten sich bei gleichen Oeffnungen ebenso wie 2 : 3; d. i. fließen z. B. in dem einen 2c' heraus, so fließen im andern 3 heraus.

3) Die Wassermengen bei ungleichen Oeffnungen verhalten sich wie $2 . 4 : 3 = 8 : 3$, d. i. so oft im ersten 8c' ausfließen; fließen im zweiten 3 aus.

948) In einem Gefäße steht die Wasserhöhe 5' in einem andern 7'. 1) Wie verhält sich die Geschwindigkeit des ausfließenden Wassers; 2) Wie verhält sich die Wassermenge bei denselben Druckhöhen, wenn sich die Oeffnungen verhalten wie 3 : 5?

949) Fällt ein Körper frei herab, so erlangt er in der ersten Secunde 16,8' oder nahezu 17', in 2 Secunden 4 mal 17, in 3 Secunden aber 9 mal 17, in 4 Sec. 16 mal 17 ꝛc. (bei etwas gewichtigen Körpern hindert der Widerstand der Luft nur wenig), also im Quadrate der Secunde mal 17. Z. B. Ein Stein braucht 2 Secunden, um auf dem Grunde eines Brunnens aufzufallen, wie tief ist er? $2^2 . 17 = 68'$. Die Zeit in Secunden, die ein Körper zum Fallen braucht,

wenn die Höhe bekannt ist, ergibt sich aus der Formel: $\sqrt{\frac{h}{g}}$ wenn $g = 17'$. Wie viel Zeit braucht der Stein bis er auf den Grund eines 68′ tiefen Brunnens auffiel? Zeit $= \sqrt{\frac{68}{17}} = \sqrt{4} = 2$ Sec. Die Geschwindigkeit C eines freifallenden Körpers ergibt sich aus: $2\sqrt{gh}$. Z. B. Welche Geschwindigkeit erhält am Ende der in einen 68′ tiefen Brunnen fallende Stein? $C = 2\sqrt{17 \cdot 68} = 2\sqrt{1156} = 2 \cdot 34 = 68'$. Wollte man im letztern Falle die Probe machen, d. i. sehen, welches die Höhe ist wenn die Geschwindigkeit 68′ ist, so verfahre nach der Formel: $\frac{C^2}{4g}$, als: $\frac{68^2}{4 \cdot 17} = 68'$

950) Welche Geschwindigkeit erhält der Rammbär (Hoyer, welcher von der Höhe von 25′ herabfällt? Wie viel Zeit braucht er?

951) Nach 670 findet man die Ausflußmenge aus einem Gefäße durch: n. F. C. Ist nun die Druckhöhe angegeben, so kann man nach der Endsgeschwindigkeit-Formel des freien Falles nämlich nach: $2\sqrt{gh}$ auch die Geschwindigkeit des ausfließenden Wassers finden. Z. B. Ist nach 670 die Druckhöhe 3,96′, wie viel C′ fließen nach demselben Beispiele dann aus? $0{,}81 \cdot \frac{7}{144} \cdot 2\sqrt{17 \cdot 3{,}96} \cdot 900^{c'}$. Wie findet man die Druckhöhe 3,96′. .·. Nach: $\frac{16{,}4^2}{4 \cdot 17}$.

952) Wie findet man die in 708 angegebene Geschwindigkeit des Wassers $= 18{,}42'$ aus der Druckhöhe 5′?

Kubikwurzel.

953) Ein dem vorigen ähnliches Verfahren wird auch bei Ausziehung der Kubikwurzel beobachtet. Ehe man nun damit beginnt, macht man wieder die Eintheilung von der Rechten zur Linken, aber in je 3 Klassen. Ist die Wurzel aus gemeinen Brüchen zu ziehen, so verwandle man sie vorher in Dezimalbrüche, und theile dann diese vom Dezimalstriche aus nach rechts und links, wobei rechts oft 1 oder 2 Nullen anzuhängen sind, um die Klasse voll zu machen. So wie es irrationale Quadratzahlen gibt, so gibt es auch irrationale Kubikzahlen, deren Wurzeln sich nur annähernd finden lassen, was meistens bei 100 oder 1000 theiligen Dezimalbrüchen genügt. Bemerkt wird, daß in diesem Falle immer 3 Nul-

len angehängt werden, d. i. der Rest mit 1000 multiplicirt wird, wodurch in der Wurzel 10tel erscheinen, der Rest abermals mit 1000 multiplicirt gibt in der Wurzel 100tel ꝛc. Um bei Ausziehung der Kubikwurzel schneller zu verfahren, merke man die Kubus der ersten 10 Zahlen.

Wurzel	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10.
Kubus	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000.

Am beßten dürfte man auch hier wieder nach der in 845 angezeigten Formel verfahren.

Z. B. $\sqrt[3]{314|432} = \overset{ab}{68}$

$$
\begin{array}{rr}
a^3 = & \underline{216} \\
 & 98432 \\
3a^2 = & (108) \\
3a^2b = & 864 \\
3ab^2 = & 1152 \\
b^3 = & \underline{512} \\
 & \underline{98432}
\end{array}
$$

Man nimmt also zuerst a^3 und zieht ab, worauf man zum Reste 98 die nächste Klasse herabsetzt. Die gefundene Wurzel 6 wird zum Quadrat erhoben und 3 mal genommen, wodurch man den eingeklammerten Divisor erhält, welchen man um 2 Stellen links rückt und dann mit dem Quotient multiplicirt, was $3a^2b$ gibt. Hierauf wird b zum Quadrat erhoben, und mit 3 mal a, d. i. 3. 6, multiplicirt, welches Product man um eine Ziffer rechts rückt. Zuletzt wird der Kubus von b gesucht, dessen Einheitstelle wieder rechts vorgerückt wird, die drei Producte werden addirt und die Summe von 98432 abgezogen.

Wären noch mehrere Klassen vorhanden, so würde die bis daher gefundene Wurzel ab als a betrachtet werden müssen, das übrige Verfahren wäre dasselbe.

$$\sqrt[3]{\tfrac{3}{4}} = \sqrt[3]{0{,}75} = \sqrt[3]{0{,}750} = 0{,}\overset{a}{\overbrace{9}}\overset{b}{0}\overset{b}{8}$$

$$
\begin{array}{rr}
a^3 = & \underline{729} \\
 & 21000 \\
3a^2 = & (243) \\
 & 21000000 \\
3a^2 = & (24300) \\
3a^2b = & 194400 \\
3ab^2 = & 17280 \\
b^3 = & \underline{512} \\
 & \underline{19613312} \\
 & 1386688
\end{array}
$$

Man mache die Probe.

954) Aus dem Bisherigen kann man ersehen, daß der Kubus eines Einers 1, 2 oder 3 Ziffern hat, denn $1^3 = 1$ und $9^3 = 729$, folglich haben die dazwischen liegenden Zahlen entweder 1 oder 3 Ziffern im Kubus; der Kubus einer 2 zifferigen Zahl 4, 5 oder 6 Ziffern hat, denn die kleinste zweiziffrige Zahl 10 hat im Kubus 1000 und die größte, nämlich 99 hat 970299; der Kubus einer dreiziffrigen Zahl 7, 8 oder 9 Ziffern hat, denn die kleinste dreiziffrige Zahl ist 100, hat im Kubus 1000000, und die größte, nämlich 999, hat 997002999 rc. Umgekehrt hat die Wurzel einer 1, 2 oder 3 ziffrigen Zahl nur 1 Ziffer; die Wurzel einer 4, 5 oder 6 ziffrigen Zahl nur 2 Ziffern; die Wurzel einer 7, 8 oder 9 ziffrigen Zahl nur 3 Ziffern rc.

Wenn also Nullen nach den Ganzen sind, so wird eben so verfahren wie gezeigt wurde. Z. B. $\sqrt[3]{0{,}0000004567} =$

$$\sqrt[3]{0{,}000|000|456|700} = 0{,}0077$$

$$\begin{array}{rr}
a^3 = & 343 \\ \hline
 & 113700 \\
3a^2 = & (147) \\
3a^2b = & 1029 \\
3ab^2 = & 1029 \\
b^3 = & 343 \\ \hline
 & 113533 \\ \hline
 & 167
\end{array}$$

955) Viel bequemer und schneller läßt sich die Kubikwurzel ausziehen, wie folgt: Von der ersten Klasse der in Klassen getheilten Kubikzahl ziehe man die Wurzel aus und ziehe den Kubus davon ab. Zu dem Reste wird die nächste Klasse gesetzt, unter welche der Divisor kömmt, den man aus dem dreifachen Quadrate der bisher gefundenen Wurzel genommen hat, derselbe wird, wie früher, 2 Ziffern hineingeschrieben. Der bisher gefundene Quotient wird zum Kubus erhoben und dieser von der obersten Zahl abgezogen. Z. B.

$$\sqrt[3]{77|854|483} = 427$$

64

13854

(48)

74088

3766483

(5292)

77854483

956) 1) $\sqrt[3]{5375}$; 2) $\sqrt[3]{67894}$; 3) $\sqrt[3]{588943}$; 4) $\sqrt[8]{5689456}$; 5) $\sqrt[3]{\frac{3}{5}}$; 6) $\sqrt[3]{\frac{7}{9}}$; 7) $\sqrt[3]{4,5678}$; 8) $\sqrt[3]{45\frac{3}{4}}$; 9) $\sqrt[3]{5\frac{3}{8}}$.

957) Ein bleierner Würfel hat $512^{c'}$, wie groß ist jede Seite?

958) Wenn ein hölzerner Block, in Form eines Würfels, $15,7^{c'}$ hat, wie hoch, breit und dick ist er?

959) Eine würfelförmige Braupfanne hält $80^{c'}$, wie lang ist eine Seite, wie viel Eimer faßt sie?

960) Da die ähnlichen Körper dem Inhalte nach sich verhalten wie die Kubus der ähnlichliegenden Seiten, so verhalten sich umgekehrt die ähnlich liegenden Seiten, wie die Kubikwurzeln aus dem Inhalte. Z. B. Der Inhalt zweier ähnlicher Prismen verhält sich wie 1:27, so verhalten sich die ähnlichliegenden Seiten wie $\sqrt[3]{1} : \sqrt[3]{27} = 1 : 3$. Die Bemerkung gilt auch für die Durchmesser der Kugeln.

961) Die Inhalte zweier Kugeln verhalten sich 1) wie 1:8 und 2) 7:15, wie verhalten sich ihre Durchmesser?

Gleichungen.

962) **Unter Gleichungen** versteht man einen doppelten Ausdruck von einerlei Größen; sind die Größen dem Ausdrucke nach gleich, so heißt die Gleichung identisch, z. B. $a+b=a+b$, sind sie aber ungleich, so heißt sie geradweg Gleichung, z. B. $a+b=x$. Die Größen links und rechts des Gleichheitszeichens heißen Seiten.

963) Der allgemeine Grundsatz, wonach alle Gleichun-

gen behandelt werden, ist: Gleiches, gleich verändert, gibt Gleiches, daher gelten im Allgemeinen folgende Regeln:

1) Eine additive Größe wird durch Subtraction, eine subtractive durch Addition, ein Faktor durch Division und ein Divisor durch Multiplication auf die andere Seite geschafft. Also kömmt überhaupt eine Größe durch die entgegengesetzte Rechnungsart auf die andere Seite. Z. B. 1) $x + b = c$, $x = c - b$; 2) $x - b = c$, $x = c + b$; 3) $x . b = c$, $x = \frac{c}{b}$; 4) $\frac{x}{b} = c$, $x = c . b$ oder in besondern Zahlen: 1) $4 + 5 = 9$, oder $4 = 9 - 5$; 2) $4 - 3 = 1$, oder $4 = 1 + 3$; 3) $4 . 5 = 20$, oder $4 = \frac{20}{5}$; 4) $\frac{4}{2} = 2$, oder $4 = 2 . 2$.

2) Ist der Divisor selbst die unbekannte Zahl, so muß sie zuerst durch die Multiplication weggeschafft und dann von den übrigen Größen befreit werden, z. B. $\frac{a}{x} = b$, oder $a = b . x$ oder $a - b = x$.

3) Ist die unbekannte Größe negativ, so werden alle Zeichen der Addition und Subtraction in ihre entgegengesetzten verändert. Z. B. $a - x = b - c + d$, oder $-x = b - c + d - a$ also $x = -b + c - d + a$.

4) Kömmt die unbekannte Größe auf beiden Seiten der Gleichung vor, so bringe sie auf eine Seite, so daß sie da positiv ist. Z. B. $5x + b = -3x - 7$, $5x + 3x + b = -7$ oder $8x + b = -7$, ferner $8x = -7 - b$ und endlich $x = -\frac{7 - b}{8}$

5) Kommt die Unbekannte mehrmals als Faktor vor, §. 557, so faße man die Producte in der Art zusammen, daß man den gemeinschaftlichen Faktor außer die Klammer setzt und die übrigen Größen nach ihren Zeichen verbindet, z. B. $4x + 5x - \frac{3}{4}x = 30$ oder $x . (4 + 5 - \frac{3}{4}) = 30$ oder $x . 8\frac{1}{4} = 30$ oder $x = \frac{30}{8\frac{1}{4}} = 3\frac{7}{11}$.

6) Wird ein Faktor oder Divisor weggeschafft, so muß die Division oder Multiplication alle Glieder der Gleichung treffen. Z. B. $\frac{x + 3b}{5} - c = \frac{7}{10} + d$ also $x + 3b - 5c = \frac{35}{10} + 5d$ oder $x = \frac{7}{2} + 5d - 3b + 5c$.

Beispiel. $\frac{3}{4}x + 5 - b = 10$, also $3x + 20 - 4b = 40$, oder $3x = 40 - 20 + 4b$, oder $x = \frac{20+4b}{3}$, oder auch $\frac{3}{4}x = 10 - 5 + b$, oder $x = \frac{5+b}{\frac{3}{4}}$, oder $x = \frac{20+4b}{3}$.

7) Ist die Unbekannte zu einer Potenz erhoben, so bringt man sie allein und zieht auf der andern Seite die ebenso vielste Wurzel aus. Z. B. $x^2 - 3b = 45$, $\sqrt{x^2} = \sqrt{45 + 3b}$.

8) Ist die Unbekannte eine Wurzelgröße, so wird sie allein geschafft und der Ausdruck der andern Seite potenzirt. Z. B. $\sqrt{x} + c = 30$, also $\sqrt{x} = 30 - c$, oder $x = (30 - c)^2 = 900 - 60c + c^2$, s. 844.

964) Für Läufer von 3' Durchmesser ist die in einer Secunde herbeifließende Wassermenge (W) multiplicirt mit dem Gefälle (G), der Zahl 100 gleichzusetzen, für Läufer von $3\frac{1}{2}$' im Durchmesser der Zahl 150 und für Läufer von 4' der Zahl 200, daraus kann die Zahl der Mahlgänge beurtheilt werden, denn ist das Gefälle 6', so findet sich das zu einem Gange nöthige Wasser in c' für einen Läufer von 3' Durchmesser nach: $W \cdot 6 = 100$ folglich $W = \frac{100}{6} = 16\frac{2}{3}$c'. Würden also in der Secunde 33c' herbeifließen, könnten 2 Mahlgänge gehen.

965) Der Läufer hat im Durchmesser $4\frac{1}{2}$', die in einer Secunde zufließende Wassermenge ist 50c', wie stark ist das Gefälle, daß ein Mühlgang angelegt werden kann?

966) In 826 wurde die Proportion bestimmt: $\frac{d\pi}{c} : \frac{D\pi}{C} = 1 : n$, oder $\frac{d}{c} : \frac{D}{C} = 1 : n$, also $n = \frac{Dc}{Cd}$, wobei n die Umläufe des Läufers, d den Durchmesser des Läufers, D den Durchmesser des Wasserrades, c die Geschwindigkeit des Läufers, und C die Geschwindigkeit des Wasserrades bedeutet. Ist $n = 12'$ $D = 11'$ $c = 27'$ $C = 7'$ wie groß ist der Durchmesser des Läufers?

$12 = \frac{11 \cdot 27}{7 \cdot d}$; $7 \cdot d \cdot 12 = 11 \cdot 27$; $d = \frac{11 \cdot 27}{7 \cdot 12} = \frac{11 \cdot 9}{7 \cdot 4} = \frac{99}{28} = 3{,}2'$ nahe. Wie groß ist unter denselben Umständen D, wenn d $3\frac{1}{4}$' ist?

967) Bei einem Mühlrade sollen immer 6 bis 8 Schaufeln (s) im Wasser sein und zwar höchstens bis zur Hälfte; diese Tiefe sei ea, die Entfernung der Schaufeln von einander sei E und die Anzahl der nöthigen Schaufeln S, Fig. 102. In der Geometrie wird bewiesen, daß der Durchmesser ca die Sehne db und den Bogen dab in zwei Hälften theilt und das Dreieck dea dem Dreiecke dca ähnlich ist. Der Bogen dab umfaßt die im Wasser befindlichen Schaufeln s, auch diese Anzahl wird halbirt, folglich drückt da die Hälfte der Entfernungen der Schaufeln s aus, daher $da = \frac{s.E}{2}$. Da die genannten Dreiecke ähnlich sind, so stehen die Seiten in Proportion, als: $ea:da = da:ac$, statt da setze das Gleiche $\frac{s.E}{2}$ und statt ac den Durchmesser des Rades oder 2R, also: $ea:\frac{s.E}{2} = \frac{s.E}{2}:2R$, folglich $\left(\frac{s.E}{2}\right)^2 = 2R.ea$, oder $\frac{s^2.E^2}{4} = 2R.ea$, oder $s^2.E^2 = 8R.ea$, oder $E^2 = \frac{8R.ea}{s^2}$ oder $E = \sqrt{\frac{(8R \cdot ea)}{s^2}}$ Ist daher der Radius des Rades 7′ und $ea = \frac{1}{2}'$ und sollen 7 Schaufeln im Wasser sein, so ist die Entfernung der Schaufeln von einander $= \sqrt{\frac{(8.7.\frac{1}{2})}{49}}$ folglich $E = 0{,}98'$ nahe zu 1′

$S.E$ oder $2\pi R$ ist die Radperipherie also $S.E = 2\pi R$ oder $S = \frac{\pi 2R}{E}$ und statt E den obigen Werth gesetzt, gibt: $S = \frac{2\pi R}{\sqrt{\frac{(8R.ea)}{s^2}}}$ aus s^2 die Wurzel gezogen und mit dieser den Zähler multiplicirt gibt: $S = \frac{2\pi R.s}{\sqrt{(8R.ea)}}$ statt 8 gesetzt 2.4 und aus 4 die Wurzel gezogen und vor das Zeichen $\sqrt{}$ hingeschrieben, gibt: $S = \frac{2\pi Rs}{2\sqrt{(2R.ea)}} = \frac{\pi Rs}{\sqrt{(2R.ea)}}$, damit auch der Zähler das Wurzelzeichen vorgesetzt erhalten könne, wird der Zähler zum Quadrat erhoben als: $S = \sqrt{\frac{\pi^2.R^2.s^2}{2R.ea}}$, durch R dividirt gibt im Zähler nur mehr R, also $S = \sqrt{\frac{(\pi^2.R.s^2)}{2ea}}$, aus π^2 und s^2 die Wurzel gezogen und vor das Zeichen ge-

setzt, gibt endlich $S = \pi . s \sqrt{\frac{R}{2ea}}$. Wie viel Schaufeln erhält also das obige Wasserrad? $3{,}14 . 7 \sqrt{\frac{7}{2 . \frac{1}{2}}} = 58$ Schaufeln nahe zu.

Wie viele Schaufeln braucht jenes Wasserrad, welches im Durchmesser 15' hat, wobei immer 6 Schaufeln im Wasser sind und zwar eintauchend $1\frac{1}{4}$'?

968) In einer Sägemühle sollen in einer Secunde nahe 2 Sägeschnitte erfolgen, wobei noch erwähnt wird, daß die Kurbeln $8\frac{1}{2}$'' Länge haben sollen. Bezeichnet man die Zahl der Sägeschnitte (2) mit S, die Zahl der Umdrehungen des Wasserrades mit U (beides in einer Secunde), die Zahl der Zähne des Stirnrades mit Z und jene des Trillings mit z, so kann man nach der Gleichung $S = \frac{Z . U}{z}$ jede Größe finden, wenn die zwei andern bekannt sind. Z. B. in einer der hiesigen Sägemühlen hat das Stirnrad 84, der Trilling 8 Zähne, wie oft soll sich das Wasserrad in der Secunde umdrehen? $2 = \frac{84 . x}{8} = 0{,}19$, wie oft in der Minute?

969) Sind nach 807 die Zähnezahlen (Z) und die Größe einer Theilung (t) gegeben, so findet man auch den Halbmesser des Theilrisses, denn der Umfang des Theilrisses ist $= 2r\pi$ und $= Z . t$ daher $2r\pi = Z . t$ und $r = \frac{Z . t}{2\pi}$. Uebrigens sind die Zähnezahlen leicht zu finden, wenn die Umdrehungszahlen der Räder bekannt sind. Sie verhalten sich nämlich verkehrt proportionirt zu einander s. 806. Bemerkt wird, daß der Trilling wenigstens 6 Triebstöcke haben muß.

970) Das Gewicht eines Körpers ist gleich dem Producte aus dem kubischen Inhalte desselben in das spezifische Gewicht des Körpers und in das Gewicht des c' Wasser $= 44{,}17$ also $G = c' . s . 44{,}17$, wenn G das Gewicht, c' den kubischen Inhalt und s das spezifische Gewicht bedeutet. Z. B. Eine Mauer ist 6' hoch 2' breit und 30' lang, welches Gewicht hat sie? Gewicht $= 6 . 2 . 30 . 1{,}62 . 44{,}17$ Pf. Wie viel Pfund im trockenen Zustande?

971) Der Inhalt eines gleichseitigen $\triangle = \frac{1}{4} b^2 \sqrt{3}$, wenn

b die Basis ist; welchen Inhalt hat ein gleichseitiges Dreieck, dessen Grundseite 10′ ist? $\frac{1}{4}.100.\sqrt{3} = 43{,}3\square'$ nahe.

972) Oft kann man bloß die 3 Seiten des Dreieckes messen, alsdann ist der Inhalt desselben $= \sqrt{\frac{U}{2}.(\frac{U}{2}-a).(\frac{U}{2}-b).(\frac{U}{2}-c)}$, wenn U den Umfang d. i. die Länge der 3 Seiten, a die eine Seite, b die andere und c die dritte Seite bedeutet. Welchen Inhalt hat ein Dreieck, wovon die Seite a 10′, die Seite b 14′ und die Seite c 20′ hat? $\sqrt{\frac{44}{2}.(\frac{44}{2}-10).(\frac{44}{2}-14).(\frac{44}{2}-20)} = 60{,}7\square'$

973) Quadrat $= g^2$. (272.)
974) Rechteck $= g.b$. (272.)
975) Rhombus $= g.h$. (272.)
976) Rhomboid $= g.h$ (272.)
977) Trapez $= \frac{G+g}{2}.h$. (553 und 554.)
978) Trapezoid $= \frac{g.h}{2} + \frac{g.h}{2}$. (317.)
979) Vieleck $= \frac{g.h}{2} + \frac{g.h}{2} + \frac{g.h}{2}$ ꝛc. (319.)
980) Dreieck $= \frac{l.h}{2}$. (315.)
981) Gleichseitiges Dreieck $= \frac{1}{4}b^2\sqrt{3}$ (971.)
982) Kreis $= r^2\pi$ oder $\frac{d^2\pi}{4}$. (448.)
983) Parabel $= \frac{2}{3}b.h$. (692.)
984) Kreisring $= (R^2 - r^2)\pi$ (850.)
985) Kreisausschnitt $= \frac{B.r}{2}$ oder $\frac{n^0}{360}.r^2\pi$. (868.)
986) Oberfläche des Prisma $= U.h + 2Gfl$. (558. U = Umfang.)
987) Oberfläche der senkr. 3seit. Pyramide $= \frac{a+b+c}{2}.d + Gfl$. (560.)
988) Oberfläche der abgek. Pyramide $= \frac{U+u}{2}.h + Gfl + flg$. (559.)
989) Oberfläche der Kugel $= d^2\pi$ oder $4r^2\pi$. (858.)
990) Krumme Oberfläche des Kugelabschnittes $= d\pi h$. (621.)
991) Fläche der Zone $= d\pi h$. (622.)
992) Seitenfläche des senkr. Kegels $= r\pi l$. (672, 868.)
993) Gesammtoberfläche des senkr. Kegels $= r\pi(r+l)$. (637.)

994) Seitenfl. des abgek. gleichs. Kegels $= l\pi(R+r)$ (639 und 672.)

995) Gesammtoberfl. des abgek. gleichs. Kegels $= (R^2 + r^2 + (R+r)l)\pi$ oder $l\pi(R+r) + Gfl + gfl$.

996) Seitenfl. des senkr. Cylinders $= d\pi h$.

997) Gesammtoberfl. des senkr. Cylinders $= (h+r) d\pi$. (640.)

998) Parallelepipedum $= gfl.h.$ (282.)

999) Prisma $= gfl.h.$ (321.)

1000) Pyramid $= \frac{Gfl.h}{3}$ (323.)

1001) Kegel $= \frac{r^2\pi h}{3}$ oder $\frac{d^2\pi}{4} \cdot \frac{h}{3}$. (851.)

1002) Abgekürzter Kegel $= \frac{1}{3}h\pi(R^2 + r^2 + Rr)$ oder $\left(\frac{Dd + D^2 + d^2}{12}\right)\pi h$. (862.)

1003) Kugelausschnitt $= \frac{2}{3}r^2\pi h$. (914.)

1004) Kugel $= \frac{1}{6}d^3\pi$. (860.)

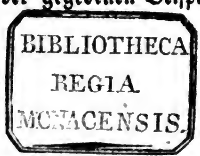
1005) Kugelabschnitt $= h^2\pi(r - \frac{h}{3})$ (916) oder $\frac{1}{6}h\pi(3r^2 + h^2)$ (918.)

1006) abgek. Pyramide $= \frac{1}{3}h(G + g + \sqrt{Gg})$ (940.)

1007) Cylinder $= r^2\pi.h.$ (854.)

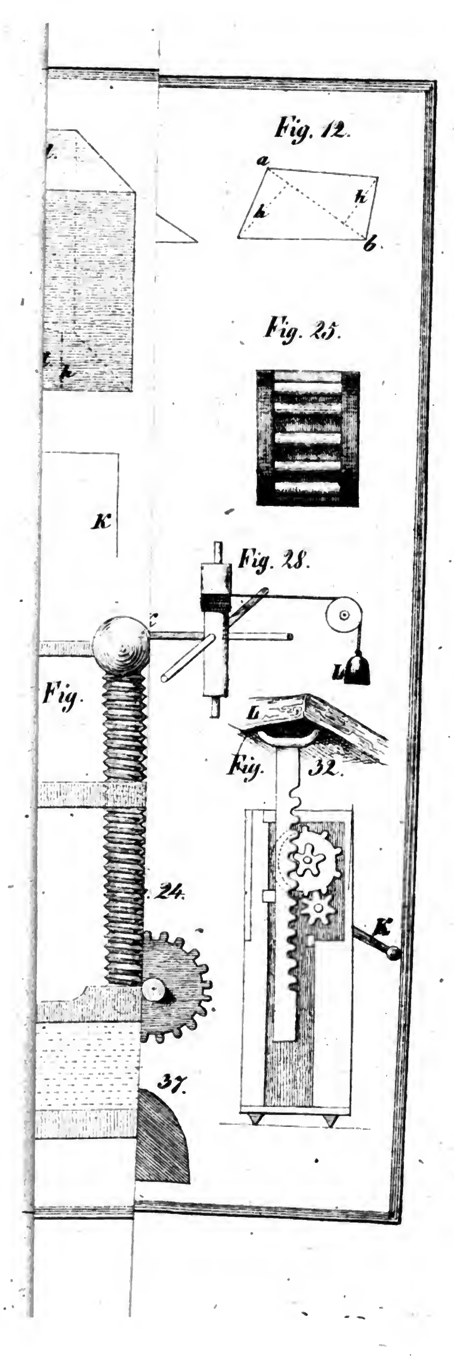
Zum Schluße diene die Anzeige, daß die Körper aus Holz à 18 kr., die Modelle von den Gewölben aus Gyps à 48 kr. und die Modelle der übrigen Maschinen à 2 fl. abgeliefert werden können.

Die Auflösungen der gegebenen Beispiele kosten 1 fl. 36 kr.



Da der Verfasser nur die Nacht zur vorliegenden Arbeit und zur Correctur frei hatte, schlichen sich mehrere Fehler ein, wovon der Leser die nachfolgenden, und noch andere verbessern möge.

S. 11 Z. 6 v. u. st. Dividend l. Multiplicand. S. 14 Z. 26. l. halbe Viertl oder Vierling. S. 15. Z. 6 v. u. st. 5670 l. 5760. S. 26. Z. 7. v. u. st. 8' 8" l. 80' 5". S. 33 Z. 2. st. 936 l. 939 u. st. 9534. l. 5634. S. 40 Z. 26 nach erkennt l. siehe 441, u. Z. 27 nach wenn man l. nach 584 verfährt st. das Product der u. s. w. S. 43 Z. 5. st. um die Hälfte l. 2 mal u. Z. 14, 15 st. um die Hälfte, den vierten und achten Theil l. 2, 4 u. 8 mal. S. 47 Z. 13 st. $\frac{2}{3}$ l. $\frac{1}{3}$. S. 50. Z. 10 nach dicke l. wenn man den kubischen Inhalt finden will. S. 51 Z. 8 st. 123 l. 62 u. Z. 12. st. 456 l. 123. S. 56 Z. 14 zwischen 910 u. $\frac{25}{64}$: S. 57 Z. 6 st. $\frac{25}{3} : \frac{4}{5}$ u. s. w. l. $\frac{20}{3} : \frac{4}{5} = 8\frac{1}{3}$. S. 58. Z. 6 v. u. nach 1 l. $1 + 8 = 9$. S. 62 Z. 4. v. u. st. dividirt l. addirt. S. 73 Z. 6 v. u. st. 210□' ꝛc. l. 449,9c'. S. 75 Z. 6 v. u. nach brauchen l. bei dem Durchmesser von 18'. S. 77 Z. 23 u. 26 st. Gesammtoberfläche l. Seitenfläche. S. 80 Z. 13 v. u. st. 39 l. 30. S. 84 Z. 16 st. 14 l. 14,5. S. 89 Z. 11 st. 634 l. 635. S. 91 Z. 12 v. u. st. Nutzeffect l. Effect. S. 92 Z. 3 v. u. st. 5. l. 6 u. Z. 2 v. u. st. 8 l. 7 wegen $2.6 = 12$ ist 1 addirt u. Z. 1. v. u. st. 8 l. 7. S. 95 Z. 2 st. 722 l. 719. S. 102. Z. 23 st. 3:5 l. 3:1. S. 104 Z. 25 u. 26 st. $\frac{2}{3}$ l. $\frac{1}{2}$. S. 105 Z. 6 v. u. vor welches l. $3(a \pm b) : 4(a \pm b) = 3b : 4b$ s. 557 u. 767. S. 123. Z. 15 st. 7 l. $6\frac{2}{3}$. S. 126 Z. 19 st. 575 l. 527. S. 127 Z. 20 u. 22 st. $\frac{1}{4}$ l. $\frac{1}{2}$. S. 134 Z. 1 st. $\frac{10}{8}$ l. $\frac{10}{3}$ u. Z. 10 v. u. st. 706 l. 710. S. 151 Z. 7 v. u. st. 4968 l. 5168. S. 155 st. Z. 2 u. 3 l. $[\frac{1}{6} . 6\frac{1}{2} . 3,14 (3 . (10\frac{1}{2})^2 + (6\frac{1}{2})^2)] - [\frac{1}{6} . 6 . 3,14 (3 . 10^2 + 6^2)]$. S. 158 Z. 13 st. 5845678 l. 5845778. S. 173 Z. 17. st. 519 l. 319 u. Z. 20 st. 448 l. 848 u. Z. 28 nach $\frac{U+u}{2}$ lies .h.


Fig. 12.
a
h
h
b
Fig. 25.
K
Fig. 28.
c
W
Fig.
L
Fig.
32.
24.
K
37.



